ID # 47

The Open University of Sri Lanka

B.Sc/B.Ed Degree Programme

Closed Book Test (CBT) - 2010/2011

Applied Mathematics – Level 3

AMU 1182/AME 3182 - Conics and Vector Algebra

Duration :- One and half hours

16 AUG 2011
The Open University of Sri Lanka

Date:- 06.04.2011 **Time:- 4.00p.m.-5.30p.m.**

Answer ALL the questions

1. Define the dot product of vectors.

   (a) The angle between the non–zero vectors $\underline{b}$ and $\underline{c}$, $\underline{c}$ and $\underline{a}$, $\underline{a}$ and $\underline{b}$ are θ, ϕ, α respectively. The vectors $\underline{v}$ and $\underline{w}$ are defined by $\underline{v} = (\underline{a}.\underline{c})\underline{b} - (\underline{a}.\underline{b})\underline{c}$ and $\underline{w} = (\underline{a}.\underline{c})\underline{b} - (\underline{b}.\underline{c})\underline{a}$. Show that if $\underline{v}$ and $\underline{w}$ are perpendicular, then $\cos^2\phi = \cos\theta\cos\phi\cos\alpha$.

   (b) If $\underline{a}, \underline{b}$ are vectors and a, b their lengths, show that $\left(\frac{\underline{a}}{a^2} - \frac{\underline{b}}{b^2}\right)^2 = \left(\frac{\underline{a}-\underline{b}}{ab}\right)^2$.

   (c) Let $\underline{a} = \underline{i} + \underline{j} + \underline{k}$, $\underline{b} = \underline{i} - \underline{j} + \underline{k}$ and $\underline{c} = \underline{i} + \underline{j} - \underline{k}$. Evaluate $(\underline{a}\cdot\underline{c})\underline{c} + (\underline{c}\cdot\underline{b})\underline{a}$.

2. Define the cross product of vectors.

   (a) If $\underline{a} - \underline{x} \times \underline{b} = \alpha\underline{b}$, then show that $\alpha = \frac{\underline{a}\cdot\underline{b}}{b^2}$.

   (b) Determine a unit vector perpendicular to the plane containing the vectors $\underline{a}$ and $\underline{b}$, where $\underline{a} = 4\underline{i} + 3\underline{j} - \underline{k}$ and $\underline{b} = 2\underline{i} - 6\underline{j} - 3\underline{k}$. Also find sine of the angle between $\underline{a}$ and $\underline{b}$.

   (c) Find the vector equation of the line which passes through the point $(2, -5)$ and is parallel to the vector $3\underline{i} + 2\underline{j}$.

3. (a) The position vector of a particle which moves along a curve, at time t is given by:

   $\underline{r}(t) = e^{-t}\underline{i} + 2\cos 3t\,\underline{j} + 2\sin 3t\underline{k}$.

   (i) Determine its velocity vector and acceleration vector at time t.

   (ii) Find the magnitudes of the velocity vector and the acceleration vector at $t = 0$.

   (b) If $\underline{r} = \underline{a}\cos\omega t + \underline{b}\sin\omega t$, show that

   $\underline{r} \times \frac{d\underline{r}}{dt} = \omega(\underline{a} \times \underline{b})$ and $\frac{d^2\underline{r}}{dt^2} = -\omega^2\underline{r}$, where $\underline{a}$ and $\underline{b}$ are constant vectors, and ω is a constant.

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාවේදි/ අධ්‍යාපනවේදි උපාධි පාඨමාලාව

සංවෘත පොත් පරීක්ෂණය (CBT) - 2010/2011

ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

AMU 1182/AME 3182 - කේතුක හා දෛශික විජය

කාලය : පැය 1 1/2 යි.

දිනය:- 06.04.2011 | වේලාව:- ප.ව. **4.00** - ප.ව. **5.30** දක්වා

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. ශෛික සඳහා තිත් ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(a) $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$, $\underline{c}$ සහ $\underline{a}$, $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ යන නිශ්ශූන්‍ය දෛශික අතර කෝණ පිළිවෙලින් θ, ϕ, α වේ.

$\underline{v}$ සහ $\underline{w}$ දෛශික පහත පරිදි අර්ථ දක්වා ඇත.

$\underline{v}=(\underline{a}.\underline{c})\underline{b}-(\underline{a}.\underline{b})\underline{c}$ සහ $\underline{w}=(\underline{a}.\underline{c})\underline{b}-(\underline{b}.\underline{c})\underline{a}$.

$\underline{v}$ සහ $\underline{w}$ එකිනෙක ලම්බක නම්, $\cos^2\phi=\cos\theta\cos\phi\cos\alpha$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\underline{a},\underline{b}$ දෛශිකවල විශාලත්ව පිළිවෙලින් a, b නම්, $\left(\frac{\underline{a}}{a^2}-\frac{\underline{b}}{b^2}\right)^2=\left(\frac{\underline{a}-\underline{b}}{ab}\right)^2$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\underline{a}=\underline{i}+\underline{j}+\underline{k}$, $\underline{b}=\underline{i}-\underline{j}+\underline{k}$ සහ $\underline{c}=\underline{i}+\underline{j}-\underline{k}$ ලෙස ගනිමු. එවිට $(\underline{a}\cdot\underline{c})\underline{c}+(\underline{c}\cdot\underline{b})\underline{a}$ අගයන්න.

2. දෛශික සඳහා කතිර ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(a) $\underline{a}-\underline{x}\times\underline{b}=\alpha\underline{b}$, නම් $\alpha=\frac{\underline{a}\cdot\underline{b}}{b^2}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\underline{a}=4\underline{i}+3\underline{j}-\underline{k}$ සහ $\underline{b}=2\underline{i}-6\underline{j}-3\underline{k}$ දෛශික දෙක පවතින තලයට ලම්බක ඒකක දෛශිකය සොයන්න. තවද $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ අතර කෝණයේ සයින් අගය සොයන්න.

(c) $(2,-5)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සහ $3\underline{i}+2\underline{j}$ දෛශිකයට සමාන්තර, සරල රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය සොයන්න.

3. (a) වක්‍රයක් මත ගමන් කරන අංශුවක, කාලය t වන මොහොතේදි පිහිටුම් දෛශිකය,

$\underline{r}(t)=e^{-t}\,\underline{i}+2\cos 3t\,\underline{j}+2\sin 3t\,\underline{k}$ මඟින් දී ඇත.

(i) ඕනෑම t කාලයකදි, ප්‍රවේග දෛශිකය සහ ත්වරණ දෛශිකය සොයන්න.

(ii) $t=0$ අවස්ථාව සඳහා, ප්‍රවේග දෛශිකයේ සහ ත්වරණ දෛශිකයේ විශාලත්වය සොයන්න.

(b) $\underline{r}=\underline{a}\cos\omega t+\underline{b}\sin\omega t$, නම්, $\underline{r}\times\frac{d\underline{r}}{dt}=\omega(\underline{a}\times\underline{b})$ සහ $\frac{d^2\underline{r}}{dt^2}=-\omega^2\underline{r}$, බව පෙන්වන්න.

මෙහි $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ යනු නියත දෛශිකය. ω යනු නියතයකි.