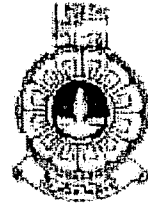


ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්ව විද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
අවසාන පරීක්ෂණය 2012/2013
ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
AMU 1182/AME 3182 - කේතූක හා දෛශික විච්ඡේද



කාලය :- පැය දෙකයි.

දිනය: 2013.12.20

වේලාව : පෙ.ව. 9.30. - පෙ.ව. 11.30

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Fx + 2Gy + H = 0$, යන කේතූකය සලකන්න. මෙහි A, B, C, F, G සහ H යනු නියත වේ.

ඉහත කේතූකය

- (i) සරල රේඛා දෙකක්
- (ii) පරාවලයක්
- (iii) ඉලිප්සයක්
- (iv) වෘත්තයක්
- (v) ඛණ්ඩලයක්

විම සඳහා අවශ්‍ය සියලුම අවශ්‍යතා ලියා දක්වන්න.

- (b) ඉහත සමීකරණය, අක්ෂය θ කෝණයකින් භ්‍රමණය කිරීමෙන් $ax^2 + cy^2 + 2fx + 2gy + h = 0$ ආකාරයට ලියා දැක්විය හැක. a, b, c, f, g, h යනු ඉහත නියත මත රඳා පවතින නියත වේ. θ කෝණයෙහි අගය සොයන්න.

2. $3x^2 - 4xy + 3y^2 - 5x = 6$ යන කේතූකය සලකන්න,

- (i) ඉහත කේතූකය හා සමීකර්ණිත වූ A න්‍යාසය සොයන්න.
- (ii) A හි අයිගන් අගයන් සහ අයිගන් දෛශිකයන් සොයන්න.
- (iii) $P^T AP = D$ පරිදි වූ P ප්‍රලම්භ න්‍යාසය සොයන්න. මෙහි D යනු විකර්ණ න්‍යාසය වේ. එමඟින් දී ඇති කේතූකය හඳුනා ගන්න.

3. (i) P සහ Q යනු පිළිවෙලින් $(4, -3)$ සහ $(2, -6)$ යන ලක්ෂ්‍යයන් වේ.

- (a) P සහ Q යා කරන රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය N
- (b) P සහ Q යා කරන රේඛාවේ දිග සොයන්න.
- (c) P සහ Q යා කරන රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.
- (d) PQ ට ලම්භකව N හරහා ගමන් කරන රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(ii)(a) මූල ලක්ෂ්‍යය (0,0) සහ (4,3) ලක්ෂ්‍යයන් හරහා ගමන්කරන, කේන්ද්‍රය $2x - y + 7 = 0$ රේඛාව මත පිහිටි වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(b) P(3,4) ලක්ෂ්‍යය පිහිටන්නේ ඉහත වෘත්තයේ ඇතුළතද, පිටතද, මත ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

4. (i) AOB ත්‍රිකෝණයේ AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. $\overline{OA} + \overline{OB} = 2\overline{OD}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) AOB ත්‍රිකෝණයේ $\overline{OA} = \underline{a}$, $\overline{OB} = \underline{b}$, $\overline{OC} = \underline{c}$ වේ. P, Q සහ R යනු පිළිවෙලින් BC, CA සහ AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. $\overline{OP} = \underline{p}$, $\overline{OQ} = \underline{q}$, $\overline{OR} = \underline{r}$, නම් $\underline{p} + \underline{q} + \underline{r} = \underline{a} + \underline{b} + \underline{c}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) P යනු ABCD චතුරස්‍රයේ BD මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. $\overline{AP} + \overline{PB} + \overline{PD} = \overline{PC}$ නම් ABCD සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

(iv) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ $\overline{AB} = \underline{a}$ හා $\overline{AD} = \underline{b}$ වේ. E යනු $\overline{DE} = 2\underline{b}$ ලෙස වූ ලක්ෂ්‍යයකි. \overline{AE} , \overline{AC} සහ \overline{EC} දෛශික \underline{a} හා \underline{b} ඇසුරින් සොයන්න.

5. (a) \underline{a} , \underline{b} , සහ \underline{c} දෛශික තුන අතර අදිශ ත්‍රිත්ව ගුණිතය අර්ථ දැක්වන්න.

(i) $2\underline{i} - 3\underline{j} + 4\underline{k}$, $\underline{i} + 2\underline{j} - \underline{k}$, $3\underline{i} - \underline{j} + 2\underline{k}$ යන දෛශික බද්ධ පාද වශයෙන් ඇති සමාන්තරාස්‍රයේ පරිමාව සොයන්න.

(ii) \underline{a} , \underline{b} , සහ \underline{c} යනු ඒකතල නොවන දෛශික තුනක් නම් $\underline{a} - 2\underline{b} + 3\underline{c}$, $-2\underline{a} + 3\underline{b} - 4\underline{c}$, $\underline{a} - 3\underline{b} + 5\underline{c}$ යන දෛශික ඒකතල බව පෙන්වන්න.

(b) $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c})$ හි ප්‍රසාරණය භාවිතයෙන්, $\underline{i} \times (\underline{a} \cdot \underline{i}) + \underline{j} \times (\underline{a} \cdot \underline{j}) + \underline{k} \times (\underline{a} \cdot \underline{k}) = 2\underline{a}$ බව සාධනය කරන්න

6. (a) තිමාන අවකාශයේ චලනය වන ස්කන්ධය 5 kg වන අංශුවක, t කාලයේදී පිහිටුම් දෛශිකය, $\underline{r}(t) = 3t^2 \underline{i} + (4t^2 - 5t - 3) \underline{j} + 3t \underline{k}$ මගින් දෙනු ලැබේ.

(i) අංශුවේ ප්‍රවේග දෛශිකය සොයන්න.

(II) අංශුවේ ත්වරණ දෛශිකය සොයන්න.

(III) ත්වරණ දෛශිකය, පිහිටුම් දෛශිකයට ලම්භක වන විට t හි අගය සොයන්න.

(b) $\underline{A} = 5t^2 \underline{i} + t \underline{j} - t^3 \underline{k}$ සහ $\underline{B} = \sin t \underline{i} - \cos t \underline{j}$ නම් $\frac{d}{dt}(\underline{A} \times \underline{B})$ සොයන්න.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
 விஞ்ஞானமாணி/ கல்விமாணிபட்டப் பாடநெறி
 இறுதிப் பரீட்சை 2012/2013
 மட்டம் 03 - பிரயோக கணிதம்
 AMU1182/ AME3182 - கூம்புவளைவும் காவி அட்சரகணிதமும்



காலம்: இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

திகதி: 20.12.2013

நேரம்: மு.ப.9.30 - மு.ப.11.30

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

1. $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Fx + 2Gy + H = 0$ என்னும் கூம்புவளைவைக் கருதுக, இங்கு A, B, C, F, G மற்றும் H என்பன மாறிலிகளாகும்.
 - (a) பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களிலும் மேலுள்ள கூம்பு வளைவு கொண்டிருக்க வேண்டிய தேவையான எல்லா நிபந்தனைகளையும் எழுதுக,
 - (i) ஒரு சோடி நேர் கோடுகள்,
 - (ii) ஒரு பரவளைவு,
 - (iii) ஒரு நீள்வளையம்,
 - (iv) ஒரு வட்டம்,
 - (v) ஒரு அதிபரவளைவு.
 - (b) மையம் பற்றி θ கோணத்தினூடாக அச்சுக்களை சுழற்றும் போது மேலுள்ள சமன்பாடானது $ax^2 + cy^2 + 2fx + 2gy + h = 0$ என்னும் வடிவிற்கு ஒடுக்கப்படலாம், இங்கு a, b, c, f, g, h என்பன முன்னைய மாறிலிகளுடன் சார்ந்த மாறிலிகளாகும். கோணம் θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
2. $3x^2 - 4xy + 3y^2 - 5x = 6$ என்னும் கூம்புவளைவைக் கருதுக,
 - (i) மேலுள்ள கூம்புவளைவுக்கான சேர்ந்தகைத் தாயம் A ஐக் காண்க.
 - (ii) A இன் முறைமைப் பெறுமானங்கள் மற்றும் முறைமைக் காவிகள் என்பவற்றைக் காண்க.
 - (iii) $\underline{P}^T \underline{AP} = \underline{D}$ என ஆகுமாறு நிமிர்கோண தாயம் \underline{P} ஐக் காண்க, இங்கு \underline{D} ஒரு மூலைவிட்ட தாயமாகும். இதிலிருந்து தரப்பட்டுள்ள கூம்புவளைவை இனங்காண்க.
3. (i) P, Q என்பன முறையே $(4, -3)$ மற்றும் $(2, -6)$ என்னும் புள்ளிகளாகும். பின்வருவனவற்றைக் காண்க:
 - (a) P இலிருந்து Q ஐ இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளி N .
 - (b) P இற்கும் Q இற்கும் இடைப்பட்ட தூரம்.
 - (c) புள்ளிகள் P ஐயும் Q ஐயும் இணைக்கும் நேர் கோட்டின் சமன்பாடு.
 - (d) N இனூடாக வரையப்படுவதும் PQ இற்கு செங்குத்தானதுமான நேர் கோட்டின் சமன்பாடு.

(ii) (a) $(0, 0)$ மற்றும் $(4, 3)$ ஆகிய புள்ளிகளினூடாக செல்வதும், $2x - y + 7 = 0$ என்னும் நேர் கோட்டில் தனது மையத்தை கொண்டதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(b) $P(3, 4)$ என்னும் புள்ளி மேலே உள்ள வட்டத்தின் உள்ளேயா, வெளியேயா அல்லது வட்டத்தின் மேலா உள்ளது? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

4. (i) AOB என்பது ஒரு முக்கோணியும் D என்பது அதன் நடுப்புள்ளியும் என்க. $\overline{OA} + \overline{OB} = 2\overline{OD}$ எனக் காட்டுக.

(ii) ABC என்பது ஒரு முக்கோணி என்க மேலும் $\overline{OA} = a$, $\overline{OB} = b$, $\overline{OC} = c$ என்க. P, Q, R என்பன முறையே BC, CA, AB என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் என்க. $\overline{OP} = p$, $\overline{OQ} = q$, $\overline{OR} = r$ எனின் $p + q + r = a + b + c$ எனக் காட்டுக.

(iii) $ABCD$ என்பது ஒரு நாற்பக்கல் என்க மேலும் P என்பது BD இலுள்ள யாதாயினும் புள்ளியாகும். $\overline{AP} + \overline{PB} + \overline{PD} = \overline{PC}$ எனின் $ABCD$ என்பது ஒரு இணைகரமாகும் என நிறுவுக.

(iv) $ABCD$ என்பது $\overline{AB} = a$ மற்றும் $\overline{AD} = b$ ஆகவுள்ள ஒரு இணைகரம் என்க. $\overline{DE} = 2b$ என ஆகுமாறு E என்பது ஒரு புள்ளியாகும். காவிகள் \overline{AE} , \overline{AC} மற்றும் \overline{EC} என்பவற்றை a மற்றும் b என்னும் உறுப்புக்களில் தருக.

5. (a) மூன்று காவிகள் a , b மற்றும் c என்பவற்றின் மும்மை எண்ணிப் பெருக்கத்தை வரையறுக்க.

(i) இணைமுடிவான ஓரங்கள் $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ மற்றும் $3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ ஆகியவற்றால் வகைக்குறிக்கப்படும் இணைகரப்பரவையின் கனவளவைக் காண்க.

(ii) a, b, c என்பன மூன்று ஒரு தளமில்லாத காவிகளெனின், $a - 2b + 3c$, $-2a + 3b - 4c$ மற்றும் $a - 3b + 5c$ என்பன ஒரு தளமான காவிகளெனக் காட்டுக.

(b) $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ இற்கான விரிவைப் பயன்படுத்தி $\mathbf{i} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{i}) + \mathbf{j} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{j}) + \mathbf{k} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{k}) = 2\mathbf{a}$ என நிறுவுக.

6. (a) முப்பரிமாண வெளியில் இயங்கும் 5 kg திணிவுடைய துணிக்கையின் தானக் காவியானது நேரம் t இல் $\mathbf{r}(t) = 3t^2\mathbf{i} + (4t^2 - 5t - 3)\mathbf{j} + 3t\mathbf{k}$ என்பதால் தரப்பட்டுள்ளது.

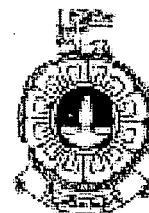
(i) துணிக்கையின் வேகக் காவியைக் காண்க.

(ii) துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் காவியைக் காண்க.

(iii) எந்த நேரத்தில் ஆர்முடுகல் காவி தானக் காவிக்கு செங்குத்தாக இருக்கும்?

(b) $\mathbf{A} = 5t^2\mathbf{i} + t\mathbf{j} - t^3\mathbf{k}$ மற்றும் $\mathbf{B} = \sin t\mathbf{i} - \cos t\mathbf{j}$ எனின் $\frac{d}{dt}(\mathbf{A} \times \mathbf{B})$ ஐக் காண்க.

The Open University of Sri Lanka
 B.Sc/B.Ed. Degree Programme
 Final Examination 2012/2013
 Level 03 – Applied Mathematics
 AMU 1182/AME 3182 – Conics and Vector Algebra



Duration :- Two Hours

Date: 20.12.2013

Time: 9.30 a.m. – 11.30 a.m.

Answer Four Questions Only.

1. Consider the conic $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Fx + 2Gy + H = 0$, where A, B, C, F, G and H are constants.
 - (a) Write down all the necessary conditions for the above conic to be
 - (i) a pair of straight lines,
 - (ii) a parabola,
 - (iii) an ellipse,
 - (iv) a circle,
 - (v) a hyperbola.
 - (b) The above equation can be reduced to the form $ax^2 + cy^2 + 2fx + 2gy + h = 0$ by rotating the axes about the origin through an angle θ , where a, b, c, f, g, h are constants dependent on the previous constants. Find the value of angle θ .

2. Consider the conic $3x^2 - 4xy + 3y^2 - 5x = 6$,
 - (i) Find the associated matrix \underline{A} of the above conic.

 - (ii) Find the eigen values and eigen vectors of \underline{A} .

 - (iii) Find the orthogonal matrix \underline{P} such that $\underline{P}^T \underline{AP} = \underline{D}$, where \underline{D} is a diagonal matrix.
 Hence identify the given conic.

3. (i) P and Q are the points (4, -3) and (2, -6) respectively. Find
 - (a) the mid-point N of the line joining P to Q.
 - (b) the distance between P and Q.
 - (c) the equation of the straight line joining the points P and Q.
 - (d) the equation of the straight line through N, perpendicular to PQ.

- (ii) (a) Write down the equation of the circle which passes through the points $(0, 0)$ and $(4, 3)$, and whose centre lies on the straight line $2x - y + 7 = 0$.
- (b) Is the point $P(3, 4)$, inside, outside or on the above circle? Justify your answer.
4. (i) Let AOB be a triangle and D the mid point of AB . Show that $\overline{OA} + \overline{OB} = 2\overline{OD}$.
- (ii) Let ABC be a triangle and let $\overline{OA} = \underline{a}$, $\overline{OB} = \underline{b}$, $\overline{OC} = \underline{c}$. Let P , Q and R be the mid point of BC , CA and AB respectively. If $\overline{OP} = \underline{p}$, $\overline{OQ} = \underline{q}$, $\overline{OR} = \underline{r}$, show that $\underline{p} + \underline{q} + \underline{r} = \underline{a} + \underline{b} + \underline{c}$.
- (iii) Let $ABCD$ be a quadrilateral and P be any point on BD . Prove that if $\overline{AP} + \overline{PB} + \overline{PD} = \overline{PC}$ then $ABCD$ is a parallelogram.
- (iv) Let $ABCD$ be a parallelogram with $\overline{AB} = \underline{a}$ and $\overline{AD} = \underline{b}$. The point E is such that $\overline{DE} = 2\underline{b}$. Express the vectors \overline{AE} , \overline{AC} and \overline{EC} in terms of \underline{a} and \underline{b} .
5. (a) Define the *Scalar Triple Product* of three vectors \underline{a} , \underline{b} and \underline{c} .
- (i) Find the volume of the parallelepiped whose coterminous edges are represented by $2\underline{i} - 3\underline{j} + 4\underline{k}$, $\underline{i} + 2\underline{j} - \underline{k}$ and $3\underline{i} - \underline{j} + 2\underline{k}$.
- (ii) If $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ are 3 non coplanar vectors, Show that the vectors $\underline{a} - 2\underline{b} + 3\underline{c}$, $-2\underline{a} + 3\underline{b} - 4\underline{c}$ and $\underline{a} - 3\underline{b} + 5\underline{c}$ are coplanar.
- (b) Using the expansion for $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c})$, prove that $\underline{i} \times (\underline{a} \times \underline{i}) + \underline{j} \times (\underline{a} \times \underline{j}) + \underline{k} \times (\underline{a} \times \underline{k}) = 2\underline{a}$.
6. (a) The position vector at time t of a particle of mass 5 kg which is moving in 3-dimensional space, is given by $\underline{r}(t) = 3t^2 \underline{i} + (4t^2 - 5t - 3) \underline{j} + 3t \underline{k}$.
- (i) Find the velocity vector of the particle.
- (ii) Find the acceleration vector of the particle.
- (iii) At what time is the acceleration vector perpendicular to the position vector?
- (b) If $\underline{A} = 5t^2 \underline{i} + t \underline{j} - t^3 \underline{k}$ and $\underline{B} = \sin t \underline{i} - \cos t \underline{j}$, find $\frac{d}{dt}(\underline{A} \times \underline{B})$.