ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
අවසාන පරීක්ෂණය - 2012/2013
ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

APU1140/APE3140 – දෛශික වීජය

කාලය පැය දෙකයි.

දිනය: 2013. 06. 01 වේලාව: පෙ.ව. 9:30 - පෙ.ව. 11:30 දක්වා.

ප්‍රශ්න **හතරකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයක, AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M වන අතර DM රේඛාව මගින් AC විකර්ණය P හිදී ඡේදනය කරයි. $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{b}$, $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AC}$ සහ $\overrightarrow{DP} = \mu\overrightarrow{DM}$ ලෙස ලියමින්, $\overrightarrow{AP}$ යන්න

   (i) λ, $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ ඇසුරෙන්,

   (ii) μ, $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ ඇසුරෙන්

   ප්‍රකාශ කරන්න.

   P යනු AC සහ DM දෙකෙහිම ත්‍රිච්ඡේදන ලක්ෂ්‍යය බව අපෝහනය කරන්න.

   (b) $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ දෛශික දෙකෙහි (i) $\underline{a}\cdot\underline{b}$ අදිශ ගුණිතය සහ (ii) $\underline{a}\times\underline{b}$ දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

   $\underline{a}, \underline{b}$ සහ $\underline{c}$ යනු $\underline{a}\times\underline{b} = 3\underline{a}\times\underline{c}$ සහ $\underline{a}\neq\underline{0}$ වන පරිදි වූ දෛශික ලෙස ගනිමු.

   (i) යම් λ අදිශයක් සඳහා, $\underline{b} = 3\underline{c} + \lambda\underline{a}$ බව පෙන්වන්න.

   (ii) $\underline{b}\,.\,\underline{c} = 0$ නම්, එවිට $\lambda = \pm\sqrt{\dfrac{b^2 + 9c^2}{a^2}}$ බව පෙන්වන්න.

2. O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{i}+2\mathbf{j}-3\mathbf{k}$, $\mathbf{i}+5\mathbf{j}$ සහ $5\mathbf{i}+6\mathbf{j}-\mathbf{k}$ වේ.

   (i) AB, BC ට ලම්බක බව පෙන්වා, ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

   (ii) $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{BC}$ දෛශික ගුණිතය සොයන්න. එනයින්, ABC තලයෙහි සමීකරණය $\mathbf{r}\cdot\mathbf{n} = p$ ආකාරයෙන් සොයන්න.

   (iii) D හි පිහිටුම් දෛශිකය $4\mathbf{i}-\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ වේ. ABC තලයේ සිට D ලක්ෂ්‍යයට ඇති දුර සොයන්න. එනයින්, $ABCD$ චතුස්තලයේ පරිමාව ඒකක 21 බව අපෝහනය කරන්න.

   (iv) E යනු D ලක්ෂ්‍යය අඩංගු π තලයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් නම්, $ABCE$ චතුස්තලයේ පරිමාව ඒකක 21ක් වන පරිදි D ලක්ෂ්‍යය අඩංගු π තලයෙහි සමීකරණය කාටීසියානු ආකාරයෙන් සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න

3. (a) l_1, l_2 සහ l_3 රේඛා තුනක සමීකරණ

$$l_1:\ \mathbf{r} = (7+3\lambda)\mathbf{i} - (3+2\lambda)\mathbf{j} + (3+\lambda)\mathbf{k},$$
$$l_2:\ \mathbf{r} = (7-2\mu)\mathbf{i} + (-2+\mu)\mathbf{j} + (4-\mu)\mathbf{k},$$
$$l_3:\ \mathbf{r} = \mathbf{i} + \nu\mathbf{j} - \nu\mathbf{k}.$$

ලෙස දී ඇත. මෙහි λ, μ සහ ν යනු පරාමිතීන් තුනකි.

(i) l_1 සහ l_2 ඡේදනය වන බව පෙන්වා, ඒවාහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

(ii) l_1 සහ l_3 ඡේදනය වේද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(b) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි. AD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M වේ. BM සරල රේඛාව, AC විකර්ණය P හි දී සහ දික් කරන ලද CD රේඛාව Q හි දීත් හමුවේ. දෛශික ක්‍රම භාවිතයෙන්, $QP = 2PB$ බව සාධනය කරන්න.

4. (a) $(1,4,2),(1,0,5)$ සහ $(0,8,-1)$ යන ලක්ෂ්‍යයන් π_1 තලය මත පිහිටයි. $(2,2,3)$ ලක්ෂ්‍යය π_2 තලය මත පිහිටන අතර, $(\mathbf{i}+2\mathbf{j}+2\mathbf{k})$ දෛශිකය තලයට අභිලම්බ වේ.

(i) π_1 සහ π_2 තලයන්හි කාටීසියානු සමීකරණ සොයන්න.

(ii) π_1 සහ π_2 තල දෙක අතර සුළු කෝණය කුමක් ද?

(iii) $(1,1,\alpha)$ ලක්ෂ්‍යය, π_1 සහ π_2 තල දෙකටම සමදුරින් පිහිටයි නම්, α ට ගතහැකි අගයයන් සොයන්න.

(b) චතුස්තලයක ශීර්ෂ හතරෙහි පිහිටුම් දෛශික $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$ වේ.

මෙම චතුස්තලයේ පරිමාව $\dfrac{1}{6}\left|[\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{d}]+[\mathbf{b}\ \mathbf{c}\ \mathbf{d}]+[\mathbf{c}\ \mathbf{a}\ \mathbf{d}]-[\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}]\right|$ බව පෙන්වන්න.

[මෙහි $[\mathbf{x}\ \mathbf{y}\ \mathbf{z}]$ යන්නෙන් $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ දෛශික තුනෙහි $\mathbf{x}\times\mathbf{y}\cdot\mathbf{z}$ අදිශ ත්‍රිත්ව ගුණිතය නිරූපණය වේ.]

5. (a) $\mathbf{r}(t) = (1+t^2)\mathbf{i} + \ln(2-t^2)\mathbf{j} + \sqrt{t^2+3t}\ \mathbf{k}$ යන දෛශික ශ්‍රිතයේ වසම ලියන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

(b) $\mathbf{r}$ යනු t පරාමිතියක්හි දෛශික ශ්‍රිතයක් නම්, $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\mathbf{r}\times\mathbf{a}}{\mathbf{r}\cdot\mathbf{a}}\right)$ සොයන්න; මෙහි $\mathbf{a}$ යනු නියත දෛශිකයකි.

(c) අංශුවක පිහිටුම් දෛශිකය, $\mathbf{r} = (c\cos\theta)\mathbf{i} + (c\sin\theta)\mathbf{j} + (ct\tan\alpha)\mathbf{k}$ මගින් දී ඇත.

මෙහි c සහ α නියත වේ. t කාලයේ දී, අංශුවේ ප්‍රවේගය $\mathbf{v}$ සහ ත්වරණය $\mathbf{a}$ ලබාගන්න. එනයින්, $\mathbf{v}^2 = c^2\sec^2\alpha$ සහ $|\mathbf{v}\times\mathbf{a}|^2 = c^4\sec^2\alpha$ බව පෙන්වන්න.

6. (a) එකිනෙකට ලම්බක $\hat{\mathbf{u}}$ සහ $\hat{\mathbf{v}}$ ඒකක දෛශික අඩංගු තලයේ පිහිටි, අරය a සහ කේන්ද්‍රය $\mathbf{c}$ වූ අවකාශයේ පිහිටි වෘත්තයේ සාධාරණ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

P විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය

$$\mathbf{r}=\left(1+4\cos\theta-\frac{6}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\mathbf{i}+\left(-2-4\cos\theta+\frac{15}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\mathbf{j}+\left(3+7\cos\theta+\frac{12}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\mathbf{k}$$ මගින්

දෙනු ලැබේ. මෙහි θ යනු පරාමිතියකි.

P හි පථය වෘත්තයක් බව පෙන්වා, එහි කේන්ද්‍රය සහ අරය සොයන්න.

(b) t පරාමිතියක් ඇසුරෙන්, වක්‍රයක්

$$\mathbf{r}(t)=\left(t-\frac{1}{3}t^3,\ t^2,\ t+\frac{1}{3}t^3\right)$$

මගින් දෙනු ලැබේ.

පරාමිතිය t වූ ලක්ෂ්‍යයකදී ඒකක ස්පර්ශක දෛශිකය සොයා, වක්‍රයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකදී ප්‍රධාන අභිලම්භය z - අක්ෂයට ප්‍රලම්භ බව පෙන්වන්න.

The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. Degree Programme
Final Examination - 2012/2013
Applied Mathematics - Level 03
APU1140/APE3140 – Vector Algebra
Duration: - Two hours

Date: 01.06.2013 **Time: 9:30 a.m. – 11:30 a.m.**

Answer **four** questions only.

1. (a) In a parallelogram, $ABCD$, M is the midpoint of AB and the line DM cuts the diagonal AC at P. Writing $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{b}$, $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AC}$ and $\overrightarrow{DP} = \mu\overrightarrow{DM}$, express $\overrightarrow{AP}$

(i) in terms of λ, $\underline{a}$ and $\underline{b}$,

(ii) in terms of μ, $\underline{a}$ and $\underline{b}$.

Deduce that P is the point of trisection of both AC and DM.

(b) Define (i) the scalar product $\underline{a}\cdot\underline{b}$ and (ii) the vector product $\underline{a}\times\underline{b}$, of two given vectors $\underline{a}$ and $\underline{b}$.

Let $\underline{a}, \underline{b}$ and $\underline{c}$ be vectors such that $\underline{a} \times \underline{b} = 3\underline{a} \times \underline{c}$, and $\underline{a} \neq \underline{0}$.

(i) Show that $\underline{b} = 3\underline{c} + \lambda\underline{a}$ for some scalar λ.

(ii) Show that if $\underline{b} \cdot \underline{c} = 0$, then $\lambda = \pm\sqrt{\dfrac{b^2 + 9c^2}{a^2}}$.

2. The points A, B and C have position vectors $\mathbf{i}+2\mathbf{j}-3\mathbf{k}$, $\mathbf{i}+5\mathbf{j}$ and $5\mathbf{i}+6\mathbf{j}-\mathbf{k}$ respectively, relative to an origin O.

(i) Show that AB is perpendicular to BC and find the area of the triangle ABC.

(ii) Find the vector product $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{BC}$. **Hence** find an equation of the plane ABC in the form $\mathbf{r}\cdot\mathbf{n} = p$.

(iii) The point D has position vector $4\mathbf{i}-\mathbf{j}+3\mathbf{k}$. Find the distance of the point D from the plane ABC. **Hence** show that the volume of the tetrahedron $ABCD$ is equal to 21.

(iv) Give, in Cartesian form, the equation of the plane π which contains D and which has the property that for each point E in π the volume of the tetrahedron $ABCE$ is still 21.

3. (a) The three lines l_1, l_2 and l_3 are given by the equations

$$l_1: \ \mathbf{r} = (7+3\lambda)\mathbf{i} - (3+2\lambda)\mathbf{j} + (3+\lambda)\mathbf{k},$$
$$l_2: \ \mathbf{r} = (7-2\mu)\mathbf{i} + (-2+\mu)\mathbf{j} + (4-\mu)\mathbf{k},$$
$$l_3: \ \mathbf{r} = \mathbf{i} + \nu\mathbf{j} - \nu\mathbf{k}.$$

where λ, μ and ν are three parameters.

(i) Show that l_1 and l_2 intersect and find their point of intersection.

(ii) Do l_1 and l_3 intersect? Justify your answer.

(b) $ABCD$ is a parallelogram. The midpoint of AD is M. The straight line BM meets AC at P and CD produced at Q. Prove, using vector methods, that $QP = 2PB$.

4. (a) The plane π_1 contains the points $(1,4,2), (1,0,5)$ and $(0,8,-1)$. The plane π_2 contains the point $(2,2,3)$ and has a normal vector $(\mathbf{i}+2\mathbf{j}+2\mathbf{k})$.

(i) Find the Cartesian equations of the planes π_1 and π_2.

(ii) What is the acute angle between π_1 and π_2?

(iii) The point $(1,1,\alpha)$ is equidistant from the planes π_1 and π_2. Find the possible values of α.

(b) The four vertices of a tetrahedron are at the points with position vectors $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$. Show that the volume of the tetrahedron is

$$\frac{1}{6}\left|[\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{d}] + [\mathbf{b}\ \mathbf{c}\ \mathbf{d}] + [\mathbf{c}\ \mathbf{a}\ \mathbf{d}] - [\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}]\right|.$$

[Here $[\mathbf{x}\ \mathbf{y}\ \mathbf{z}]$ denotes the scalar triple product $\mathbf{x}\times\mathbf{y}\cdot\mathbf{z}$ of three vectors $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$.]

5. (a) Write down the domain of the vector valued function

$$\mathbf{r}(t) = (1+t^2)\mathbf{i} + \ln(2-t^2)\mathbf{j} + \sqrt{t^2+3t}\ \mathbf{k}, \text{ where } t \text{ is a parameter.}$$

(b) If $\mathbf{r}$ is a vector function of the parameter t, find $\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{a}}{\mathbf{r}\cdot\mathbf{a}}\right)$; where $\mathbf{a}$ is a constant vector.

(c) The position vector $\mathbf{r}$ of a particle is given by $\mathbf{r} = (c\cos\theta)\mathbf{i} + (c\sin\theta)\mathbf{j} + (ct\tan\alpha)\mathbf{k}$, where c and α are constants. Obtain the velocity $\mathbf{v}$ and the acceleration $\mathbf{a}$ of the particle, at time t.

Hence, show that $\mathbf{v}^2 = c^2\sec^2\alpha$ and $|\mathbf{v}\times\mathbf{a}|^2 = c^4\sec^2\alpha$.

6. (a) Write down the general equation of the circle in space with radius a, centre at $\mathbf{c}$ lying in the plane containing the perpendicular unit vectors $\hat{\mathbf{u}}$ and $\hat{\mathbf{v}}$.

The position vector of a variable point P is given by

$$\mathbf{r} = \left(1 + 4\cos\theta - \frac{6}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\mathbf{i} + \left(-2 - 4\cos\theta + \frac{15}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\mathbf{j} + \left(3 + 7\cos\theta + \frac{12}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\mathbf{k};$$

where θ is a parameter.

Show that the locus of P is a circle and find its centre and radius.

(b) A curve is given in terms of a parameter t by

$$\mathbf{r}(t) = \left(t - \frac{1}{3}t^3,\ t^2,\ t + \frac{1}{3}t^3\right).$$

Find the *unit tangent vector* at the point with parameter t, and show that the *principal normal* is orthogonal to the z - direction at each point on the curve.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/ கல்விமாணிபட்டப் பாடநெறி
இறுதிப் பரீட்சை2012/2013
பிரயோக கணிதம் மட்டம் – 03
APU1140/ APE3140- காவி அட்சரகணிதம்

காலம்: இரண்டு மணித்தியாலங்கள்.

திகதி:01.06.2013 | நேரம்:மு.ப.9.30 - மு.ப.11.30

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

1. (a) இணைகரம் $ABCD$ இல் AB இனது நடுப்புள்ளி M மற்றும் கோடு DM ஆனது மூலைவிட்டம் AC இனை P இல் வெட்டுகின்றது. $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{b}$, $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AC}$ மற்றும் $\overrightarrow{DP} = \mu \overrightarrow{DM}$ என எழுதப்படுகின்றன. $\overrightarrow{AP}$ இனை,
   (i) $\lambda, \underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ என்னும் உறுப்புக்களில்,
   (ii) $\mu, \underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ என்னும் உறுப்புக்களில் தருக.
   AC மற்றும் DM இரண்டினதும் முக்கூறிடல் புள்ளி P என உய்த்தறிக.

   (b) தரப்பட்ட இரண்டு காவிகள் $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ இற்கு, (i) எண்ணிப் பெருக்கம் $\underline{a} \cdot \underline{b}$ மற்றும் (ii) காவிப்பெருக்கம் $\underline{a} \times \underline{b}$ என்பவற்றை வரையறுக்குக.

   $\underline{a} \times \underline{b} = 3\underline{a} \times \underline{c}$ மற்றும் $\underline{a} \neq 0$ ஆகுமாறு $\underline{a}$, $\underline{b}$ மற்றும் $\underline{c}$ என்பன காவிகள் என்க.
   (i) சில எண்ணி λ களுக்கு $\underline{b} = 3\underline{c} \times \lambda \underline{a}$ எனக் காட்டுக.
   (ii) $\underline{b} \cdot \underline{c} = 0$ எனின், $\lambda = \pm\sqrt{\dfrac{b^2 + 9c^2}{a^2}}$ எனக் காட்டுக.

2. ஒரு உற்பத்தி O குறித்து புள்ளிகள் A, B மற்றும் C என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$ மற்றும் $5\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - \mathbf{k}$ ஆகும்.
   (i) AB ஆனது BC இற்குச் செங்குத்து எனக் காட்டுவதுடன் முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவினைக் காண்க.
   (ii) காவிப் பெருக்கம் $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}$ இனைக் காண்க. இதிலிருந்து தளம் ABC இனுடைய சமன்பாட்டினை $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = p$ என்னும் வடிவத்தில் காண்க.
   (iii) புள்ளி D ஆனது $4\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ என்ற தானக்காவியைக் கொண்டுள்ளது. தளம் ABC இலிருந்து புள்ளி D இற்கான தூரத்தினைக் காண்க. இதிலிருந்து நான்முகி $ABCD$ இனுடைய கனவளவு 21 இற்குச் சமனாகும் எனக் காட்டுக.
   (iv) D இனைக் கொண்டிருப்பதுடன் π இலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளி E இற்கும் நான்முகி $ABCE$ இன் கனவளவு 21 ஆகவுள்ள உடைமையினைக் கொண்டுள்ள தளம் π இனது சமன்பாட்டினை, தெக்காட்டின் வடிவத்தில் தருக.

3. (a) மூன்றுநேர்கோடுகள் l_1, l_2 மற்றும் l_3 இனுடைய சமன்பாடுகள்,

$$l_1 : \mathbf{r} = (7+3\lambda)\mathbf{i} - (3+2\lambda)\mathbf{j} + (3+\lambda)\mathbf{k},$$

$$l_2 : \mathbf{r} = (7-2\mu)\mathbf{i} + (-2+\mu)\mathbf{j} + (4-\mu)\mathbf{k},$$

$l_3 : \mathbf{r} = \mathbf{i} + \nu\mathbf{j} - \nu\mathbf{k}$ இனால் தரப்படுகின்றன. இங்கு $\lambda,\ \mu$ மற்றும் ν என்பன மூன்று பரமானங்களாகும்.

(i) l_1 மற்றும் l_2 என்பன இடைவெட்டும் எனக் காட்டுவதுடன் அவற்றின் இடைவெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

(ii) l_1 மற்றும் l_3 இடைவெட்டுமா?உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

(b) $ABCD$ என்பதுஒரு இணைகரம். AD இனுடையநடுப்புள்ளி M ஆகும். AC இனை நேர்கோடு BM ஆனது P இல் சந்திப்பதுடன் CD ஆனது Q இனை உருவாக்குகின்றது. காவிமுறைகளைப் பயன்படுத்தி $QP = 2PB$ என நிறுவுக.

4. (a) தளம் π_1 ஆனது புள்ளிகள் $(1,4,2),(1,0,5)$ மற்றும் $(0,8,-1)$ இனைக் கொண்டுள்ளது. தளம் π_2 ஆனது புள்ளி $(2,2,3)$ இனைக் கொண்டிருப்பதுடன் செவ்வன் காவி $(\mathbf{i}+2\mathbf{j}+2\mathbf{k})$ இனையும் கொண்டுள்ளது.

(i) தளங்கள் π_1 மற்றும் π_2 இனுடைய தெக்காட்டின் சமன்பாடுகளினைக் காண்க.

(ii) π_1 மற்றும் π_2 இற்கிடையிலான கூர்ங்கோணம் என்ன?

(iii) புள்ளி $(1,1,\alpha)$ ஆனது தளங்கள் π_1 மற்றும் π_2 இலிருநந்து சமதூரத்திலுள்ளன. α விற்கு பொருத்தமான பெறுமானங்களினைக் காண்க.

(b) நான்முகி ஒன்றின் நான்கு முனைகளினுடைய புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் $\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}$ மற்றும் $\mathbf{d}$ ஆகும்.

நான்முகியினுடைய கனவளவு $\frac{1}{6}\left|[\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{d}]+[\mathbf{b}\ \mathbf{c}\ \mathbf{d}]+[\mathbf{c}\ \mathbf{a}\ \mathbf{d}]-[\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}]\right|$ எனக் காட்டுக.

[இங்கு $[\mathbf{x}\ \mathbf{y}\ \mathbf{z}]$ ஆனது மூன்றுகாவிகள் $\mathbf{x},\ \mathbf{y},\ \mathbf{z}$ இனுடைய எண்ணி மும்மைப் பெருக்கம் $\mathbf{x}\times\mathbf{y}\cdot\mathbf{z}$ இனைக் குறிக்கின்றது.]

5. (a) காவிப் பெறுமானச் சார்பு $\mathbf{r}(t) = (1+t^2)\mathbf{i} + \ln(2-t^2)\mathbf{j} + \sqrt{t^2+3t}\ \mathbf{k}$ இற்குரிய ஆட்சியினை எழுதுக. இங்கு t ஒரு பரமானமாகும்.

(b) $\mathbf{r}$ என்பது பரமானம் t இலுள்ள ஒரு காவிச்சார்பு எனின், $\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{a}}{\mathbf{r}\cdot\mathbf{a}}\right)$ இனைக் காண்க.

இங்கு $\mathbf{a}$ என்பது ஒரு நிலையான காவி ஆகும்.

(c) துணிக்கை ஒன்றின் தானக்காவி $\mathbf{r}$ ஆனது $\mathbf{r} = (c\cos\theta)\mathbf{i} + (c\sin\theta)\mathbf{j} + (c\,t\tan\alpha)\mathbf{k}$ இனால் தரப்படுகின்றது. இங்கு c மற்றும் α மாறிலிகளாகும். நேரம் t இல், துணிக்கையின் வேகம் $\mathbf{v}$ மற்றும் ஆர்முடுகல் $\mathbf{a}$ இனைக் காண்க.

இதிலிருந்து $\mathbf{v}^2 = c^2\sec^2\alpha$ மற்றும் $|\mathbf{v}\times\mathbf{a}|^2 = c^4\sec^2\alpha$ எனக் காட்டுக.

5. (a) வெளி ஒன்றில், ஆரை a இனையும் செங்குத்து அலகுக்காவிகள் $\hat{\mathbf{u}}$ மற்றும் $\hat{\mathbf{v}}$ இனைக் கொண்ட தளத்திலமைந்துள்ள மையம் $\mathbf{c}$ இனையும் உடைய, வட்டத்தின் பொதுச் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
மாறும் புள்ளி P இனுடைய தானக்காவியானது,

$$\mathbf{r} = \left(1 + 4\cos\theta - \frac{6}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\mathbf{i} + \left(-2 - 4\cos\theta + \frac{15}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\mathbf{j} + \left(3 + 7\cos\theta + \frac{12}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\mathbf{k}$$

இனால் தரப்படுகின்றது. இங்கு θ ஒருபரமானமாகும்.
P இனுடைய ஒழுக்கு வட்டம் எனக் காட்டுவதுடன் அதன் மையம் மற்றும் ஆரையினைக் காண்க.

(b) பரமானம் t இன் உறுப்புக்களில் வளைகோடு ஒன்று $\mathbf{r}(t) = \left(t - \frac{1}{3}t^3,\ t^2,\ t + \frac{1}{3}t^3\right)$ எனத் தரப்படுகின்றது.
பரமானம் t உடனான புள்ளியிலுள்ள *அலகுத் தொடலிக்காவி*யினைக் காண்பதுடன் வளைகோட்டிலுள்ள $z-$திசையிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் *தலைமைச் செவ்வன்* ஆனது செங்குத்து எனக் காட்டுக.
