00153

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාවේදි / අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

අවසාන පරීක්ෂණය - 2014/2015

PUU1141 \PUE3141– ගණිත පදනම

කාලය: පැය 2 යි.

දිනය: - 19-10-2015 වේලාව :-පෙ.ව. 9:30 - පෙ.ව.11:30

ප්‍රශ්ණ හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ නොහැක. ඔබේ සාධන පැහැදිලි සහ තර්කානුකූල විය යුතුය. අවලංගු හෝ අසම්පූර්ණ ප්‍රකාශ භාවිතයෙන් ලියන ලද සාධන සඳහා ලකුණු ප්‍රදානය නොකෙරේ.

1. A සහ B යනු, U සර්වත්‍ර කුලකයේ උපකුලක වේ. ඒවායෙහි සමමිතීය අන්තරය $A\Delta B$ මෙසේ අර්ථ දක්වනු ලැබේ.

$$A\Delta B = (A - B) \cup (B - A).$$

(i) $A\Delta B$ ට අදාල ප්‍රදේශය වෙන් රූප සටහනක දක්වන්න.

(ii) $A\Delta A$, $A\Delta\emptyset$ සහ $A\Delta U$ සොයන්න.

(iii) වෙන් රූප සටහන් භාවිතා නොකර

(a) $A\Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$.

(b) $A \subseteq B$ නම් හා නම්ම පමණක් $B = A \cup (B - A)$

බව සාධනය කරන්න.

2. තුල්‍යතා සම්බන්ධතාවයක් අර්ථ දක්වන්න. R යනු $\mathbb{Z}$ හි සම්බන්ධතාවයක් වන අතර එය "xRy නම් $x^2 - y^2$, 5න් බෙදේ ," යනුවෙන් අර්ථ දක්වා ඇත. R යනු තුල්‍යතා සම්බන්ධතාවයක් බව පෙන්වන්න.

[0] , [1] හා [2] යන තුල්‍යතා පන්ති සොයන්න.

3. (a) $\frac{2x-3}{x+4} \leq 3$ යන අසමානතාවය විසඳන්න.

(b) f යන ශ්‍රිතය $f: \mathbb{R} - \{5\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1-3x}{x-5}$ ලෙස අර්ථ දක්වා ඇත. f යනු එකට එක ශ්‍රිතයක් බවද එය $\mathbb{R}$ හි මතට නොවන බවද සාධනය කරන්න. $f \circ f$ සොයන්න.

4. (a) $A = \left\{ \frac{m}{n^2} \middle| m < n,\ n \neq 0,\ \ m, n \in \mathbb{Z} \right\}$ කුලකය ඉහළින් සපර්යන්ත වුවද පහළින් සපර්යන්ත නොවන බව සාධනය කරන්න. පවතී නම් A හි සුපරිමය සහ A හි උපරිමය සොයන්න.

(b) $A = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ x^2 - x - 1 < 0\}$ වන පරිදි කුලකයකි. A සපර්යන්ත බව පෙන්වන්න. Aහි සුපරිමය සොයන්න. ඔබේ පිළිතුර ප්‍රවේශමෙන් තහවුරු කරන්න.

5. (a) ඕනෑම a ඔත්තේ නිඛිලයක් සඳහා $a^2 + (a+2)^2 + (a+4)^2 + 1$ යන්න 12න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

(b) p යනු $p > 3$ වන පරිදි වූ ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවකි. $p^2 - 1$ යන්න 24න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

(c) ඕනෑම a නිඛිලයක් සඳහා ම.පො.ස. $(2a+1, 9a+4) = 1$ බව පෙන්වන්න.

6. (a) α යනු වීජීය සංඛ්‍යාවකි . එවිට $-\alpha$ ද වීජීය සංඛ්‍යාවක් වන බව පෙන්වන්න.

(b) α යනු ධන අතාත්තර සංඛ්‍යාවකි. එවිට $\sqrt{\alpha}$ ද අතාත්තර වන බව පෙන්වන්න.

(c) α යනු නිඛිල සංගුණක සහිත සනජ සමීකරණයක විසඳුමකි. α^2 වීජීය සංඛ්‍යාවක් බව සාධනය කරන්න.

0015

The Open University of Sri Lanka
B.Sc./B.Ed. Degree Programme
Final Examination- 2014/2015
Pure Mathematics - Level 03
PUU1141 /PUE3141– Foundation of Mathematics

Duration: - Two hours

Date: - 19-10-2015 **Time: - 9.30a.m. – 11.30a.m.**

Answer **Four** questions only. Calculators are not allowed. Your proofs must be clear and logical. Credit is not awarded for the proofs written using invalid, incomplete statements.

1. Let A and B be subsets of a universal set U. The symmetric difference $A\Delta B$ of A and B is defined by $A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$.

(i) Show the region of $A\Delta B$ in a Venn diagram.

(ii) Find $A\Delta A$, $A\Delta\emptyset$ and $A\Delta U$.

(iii) Without using Venn diagrams prove that

(a) $A\Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$.

(b) $A \subseteq B$ iff $B = A \cup (B - A)$.

2. Define an equivalence relation. Let R be the relation defined on $\mathbb{Z}$ by for each $, y \in \mathbb{Z}$, xRy if $x^2 - y^2$ is divisible by 5. Show that R is an equivalence relation on $\mathbb{Z}$. Find the equivalence classes $[0]$, $[1]$ and $[2]$.

3. (a) Solve the inequality $\frac{2x-3}{x+4} \leq 3$.

(b) Let f be the function defined by $f: \mathbb{R} - \{5\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{1-3x}{x-5}$.

Show that f is one to one but not on to $\mathbb{R}$. Find $f \circ f$.

4. (a) Prove that the set $A = \left\{\frac{m}{n^2} \middle| m < n,\ n \neq 0 \text{ and } m, n \in \mathbb{Z}\right\}$ is bounded above but not bounded below. Write down $supA$ and $maxA$ if those exist.

(b) Let $A = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ x^2 - x - 1 < 0\}$. Show that the set A is bounded. Find $supA$.

Carefully prove your answer.

5. (a) Prove that, for each odd integer a, $a^2+(a+2)^2+(a+4)^2+1$ is divisible by 12.

(b) Let p be a prime number such that $p > 3$. Prove that p^2-1 is divisible by 24.

(c) Show that, for each integer a, $\gcd(2a+1, 9a+4) = 1$.

6. (a) Let α be an algebraic number. Then show that $-\alpha$ is an algebraic number

(b) Let α be a positive transcendental number. Then show that $\sqrt{\alpha}$ is a transcendental number.

(c) Let α be a solution of a cubic equation with integer coefficients. Prove that α^2 is an algebraic number.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/ கல்விமாணிப் பட்டப் பாடநெறி
இறுதிப் பரீட்சை - **2014/2015**
தூய கணிதம் - மட்டம் **03**
PUU1141 \PUE3141– கணிதத்தின் அடிப்படை

காலம்: - இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

திகதி: - **19-10-2015** நேரம்: - மு.ப **9.30** – மு.ப **11.30**

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக. கணிப்பான் அனுமதிக்கப்படாது. உங்களது விடைகள் தெளிவாகவும் தர்க்கரீதியானதாகவும் இருத்தல் வேண்டும். அர்த்தமற்ற, முழுமையற்ற கூற்றுக்களைப் பாவித்து எழுதப்படும் நிறுவல்களுக்கு புள்ளிகள் வழங்கப்படமாட்டாது.

1. A மற்றும் B ஆகியன ஒரு அகிலத்தொடை U இன் உப தொடைகள் என்க. A மற்றும் B இனது சமச்சீர் வித்தியாசமானது $A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ என வரையறுக்கப்படுகின்றது.

(i) $A\Delta B$ இனது பிரதேசத்தை வென் வரிப்படத்தில் காட்டுக.
(ii) $A\Delta A$, $A\Delta\emptyset$ மற்றும் $A\Delta U$ என்பவற்றைக் காண்க.
(iii) வென் வரிப்படத்தை உபயோகிக்காமல் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக
(a) $A\Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$.
(b) $A \subseteq B$ என்றால் என்றால் மட்டும் $B = A \cup (B - A)$.

2. சமவன்மைத் தொடர்பை வரையறுக்குக. ஒவ்வொரு $x, y \in \mathbb{Z}$ இற்கும் xRy ஆயின் $x^2 - y^2$ ஆனது 5 ஆல் வகுபடுமாறு R ஆனது $\mathbb{Z}$ இல் வரையறுக்கப்பட்ட தொடர்பு என்க.
R ஆனது $\mathbb{Z}$ இல் ஒரு சமவன்மைத் தொடர்பு எனக் காட்டுக.
சமவன்மை வகுப்புக்கள் $[0]$, $[1]$ மற்றும் $[2]$ என்பவற்றைக் காண்க.

3. (a) சமனிலி $\frac{2x-3}{x+4} \leq 3$ இனை தீர்க்குக.

(b) f என்னும் சார்பானது $f: \mathbb{R} - \{5\} \to \mathbb{R}$ ஆல் $f(x) = \frac{1-3x}{x-5}$ என வரையறுக்கப்படுகின்றது என்க. f ஆனது $\mathbb{R}$ இல் ஒன்றுக்கொன்றானது (one to one) ஆனால் இன் மேல் (onto) இல்லை எனக் காட்டுக.
$f \circ f$ ஐக் காண்க.

4. (a) தொடை $A = \left\{\frac{m}{n^2}\middle| m < n,\ n \neq 0 \text{ and } m, n \in \mathbb{Z}\right\}$ ஆனது மேல்வரைப்புற்றது ஆனால் கீழ்வரைப்பற்றது என நிறுவுக. $supA$ மற்றும் $maxA$ உள்ளன என்றால் அவற்றை எழுதுக.

(b) $A = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ x^2 - x - 1 < 0\}$ என்க. தொடை A ஆனது வரைப்புற்றது எனக் காட்டுக. $supA$ ஐக் காண்க .

உமது விடையை கவனமாக நிறுவுக.

5. (a) ஒவ்வொரு ஒற்றை எண் a இற்கும் $a^2 + (a+2)^2 + (a+4)^2 + 1$ ஆனது 12 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

(b) $p > 3$ என ஆகுமாறு p ஆனது ஒரு முதன்மை எண் என்க. $p^2 - 1$ ஆனது 24 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

(c) ஒவ்வொரு முழு எண் a இற்கும் $\gcd(2a+1, 9a+4) = 1$ எனக் காட்டுக.

6. (a) α ஆனது ஒரு அட்சரகணித எண் என்க. $-\alpha$ ஆனது ஒரு அட்சரகணித எண் எனக் காட்டுக.

(b) α ஆனது ஒரு நேர் அதீதமான எண் என்க. $\sqrt{\alpha}$ ஆனது ஒரு அதீதமான எண் எனக் காட்டுக.

(c) α ஆனது முழு எண் குணகங்களுடைய ஒரு முப்படிச் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வாகும். α^2 ஆனது ஒரு அட்சரகணித எண் என நிறுவுக.