

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්ව විද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
සංවිෂ්ට පොත් පරීක්ෂණය(NBT) - 2016/2017
ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
APU1142/APE3142 – අවකල සමීකරණ



කාලය: - පැය එකයි

දිනය: 29.10 .2017

වේලාව: ප.ව.02:30 – ප.ව.03:30

සියළු ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

1.

a) $f(x) = \cos 2x$ සහ $g(x) = xe^{-x}$ යන එක් එක් ශ්‍රිතයන්හි UC කුලක සොයන්න.

b) සමජාතීය නොවන දෙවන ගණයේ ඒකජ අවකල සමීකරණය

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 3\cos 2x - 5xe^{-x} \text{ ලෙස ගනිමු.}$$

i. සමජාතීය අවකල සමීකරණය $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 0$ තෘප්ත කරන අනුපූරක

ශ්‍රිතය (complementary function) y_c සොයන්න.

ii. Undetermined Coefficients ක්‍රමය භාවිතාකර ඉහත සමජාතීය නොවන අවකල සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

c) D-Operator ක්‍රමය භාවිතාකර $\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 7y = e^{\frac{-x}{2}} + 5$ අවකල සමීකරණයේ

ව්‍යන්තික අනුකලය (particular integral) y_p සොයන්න.

2. විකිරණශීලී ද්‍රව්‍යයක් එම ද්‍රව්‍යයේ පවතින ස්කන්ධයට සමානුපාතික වන ලෙස ක්ෂයවීමට පත්වන බව පරීක්ෂාත්මක සාක්ෂි පෙන්වුම් කරයි. මෙම ආකෘතියට අනුව, විකිරණශීලී ද්‍රව්‍යයේ t කාලයකදී පවතින ස්කන්ධය $Q(t)$, $\frac{dQ}{dt} = aQ$ තෘප්ත කරනු ලබයි. මෙහි a යනු නියතයක් වන අතර එහි අගය පරීක්ෂාත්මක නිරීක්ෂණ අනුසාරයෙන් සොයාගනු ලබයි.

a) a වෙනුවට $-k$, $k > 0$ ප්‍රතිස්ථාපනය කිරීම හේතුසහගත වන්නේ ඇයි ද යන්න පැහැදිලි කරන්න.

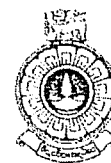
b) ද්‍රව්‍යයේ $t = t_0$ කාලයකදී පවතින ස්කන්ධය Q_0 සහ $a = -k$ බව උපකල්පනය කර t කාලයකදී පවතින ස්කන්ධය $Q(t) = Q_0 e^{-k(t-t_0)}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

විකිරණශීලී ද්‍රව්‍යයේ අර්ධ ආයු කාලය τ ද්‍රව්‍යයෙන් අර්ධයක් ක්ෂයවීමට ගතවන කාලය ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

- c) $Q(t_0) = Q_0$ නම් $Q(\tau + t_0)$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් සොයන්න.
- d) ඉහත (b) කොටසෙහි ප්‍රථම ලය භාවිතා කර, ද්‍රව්‍යයේ අර්ධ ආයු කාලය $\tau = \frac{1}{k} \ln 2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

***** නිම *****

The Open University of Sri Lanka
 B.Sc/B.Ed. Degree Programme
 No Book Test (NBT) - 2016/2017
 Applied Mathematics - Level 03
 APU1142/APE3142 – Differential Equations



Duration: - One Hour

Date: 29.10.2017

Time: 02:30 p.m. – 03:30 p.m.

Answer All questions.

1.

a) Find the UC set of each function $f(x) = \cos 2x$ and $g(x) = xe^{-x}$.

b) Let the second order linear non-homogeneous differential equation is given by

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 3\cos 2x - 5xe^{-x}.$$

i. Find the complementary function y_c which satisfies the homogeneous

$$\text{differential equation } \frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 0.$$

ii. Use the method of Undetermined Coefficients to find the general solution of the above non-homogeneous differential equation.

c) Use D -Operator method to find the particular integral y_p for the differential

$$\text{equation } \frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 7y = e^{\frac{-x}{2}} + 5.$$

2. Experimental evidence shows that the radioactive material decays at a rate proportional to the mass of the material present. According to this model, the mass $Q(t)$ of the radioactive material present at time t satisfies $\frac{dQ}{dt} = aQ$, where a is a constant whose value of any material must be determined by experimental observation.

a) Explain why it is reasonable to replace a by $-k$, where $k > 0$.

b) Assuming the mass of the material present at $t = t_0$ is Q_0 and $a = -k$, show that mass present at time t is given by $Q(t) = Q_0 e^{-k(t-t_0)}$.

The half-life τ of a radioactive material is defined to be the time required for half of its mass to decay.

c) If $Q(t_0) = Q_0$ then find an expression for $Q(\tau + t_0)$.

d) Use result in (b) to show that the half-life of the material is given by $\tau = \frac{1}{k} \ln 2$.

***** END *****