00312

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
සංවෘත පොත් පරීක්ෂණය - 2016/2017
ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
PUU1142/PUE3142 – දෛශික අවකාශ

කාලය පැය එකයි.

දිනය : - 2017.10.28 වේලාව : - ප.ව.4.00 – ප.ව. 5.00 දක්වා

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1.

(a) U සහ V යනු F ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශ දෙකක් ලෙසද $T:U\rightarrow V$ එකජ පරිනාමණයක් යයි ද ගනිමු. T හි මදය U හි උප අවකාශයක් බව සාධනය කරන්න.

(b) P යනු තාත්වික සංගුණක ඇති $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ බහු පද දෛශික අවකාශයකි. $\mathbb{R}^3$ යනු සුපුරුදු යුක්ලීඩිය අවකාශයකි. $T:\mathbb{R}^3\rightarrow P$ යන්න $T(a,b,c)=(2a-c)\,x+4bx^2+(a+2b)x^5$ මඟින් අර්ථ දක්වනු ලැබේ.

(i) T එකජ පරිනාමණයක් බව පෙන්වන්න.

(ii) T හි මදය සොයන්න.

2.

(a) $\mathbb{R}^2=\{(a_1,a_2)\mid a_1,a_2\in\mathbb{R}\}$ යයි ගනිමු. සියලුම $(a_1,a_2),(b_1,b_2)\in\mathbb{R}^2$ සහ $\alpha\in\mathbb{R}$ සඳහා $(a_1,\ a_2)+(b_1,\ b_2)=(a_1+b_1,a_2+b_2)$ සහ $\alpha(a_1,\ a_2)=(\alpha a_1,\alpha a_2)$ ලෙස අර්ථ දක්වනු ලැබේ. ඉහත අර්ථ දැක්වීම් යටතේ $\mathbb{R}^2$ යනු $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක් වේ.

$\boldsymbol{C}=\{(c_1+i\,c_2)\mid c_1,c_2\in\mathbb{R}$ සහ $i^2=-1\}$ යයි ගනිමු. සියලුම $(c_1+ic_2),(d_1+id_2)\in\mathbb{C}$ සහ $\alpha\in\mathbb{R}$ සඳහා $(c_1+\ ic_2)+(d_1+id_2)=(c_1+d_1)+i(c_2+d_2)$ සහ $\alpha(c_1+i\,c_2)=(\alpha c_1+i\alpha c_2)$ ලෙස අර්ථ දක්වනු ලැබේ. ඉහත අර්ථ දැක්වීම් යටතේ $\boldsymbol{C}$ යනු $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක් වේ.

$T:\boldsymbol{C}\rightarrow\mathbb{R}^2$ යන්න $T(a+\ ib)=(a,b)$ ලෙස ගනිමු.

$\boldsymbol{C}$ යන්න $\mathbb{R}^2$ සමරූපී බව පෙන්වන්න.

(b) $M = \{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} / a, b, c, d \in \mathbb{R} \}$ ලෙස ගනිමු. සුපුරුදු න්‍යාස එකතුව සහ අදිශ ගුණිතය යටතේ M යනු $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක් වේ.

$T : M \to M$ යන්න $T(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} a+b & b \\ c & c+d \end{bmatrix}$ මගින් දෙනු ලබන ඒකජ පරිනාමණය ලෙස ගනිමු.

$U = \{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} / a, b \in \mathbb{R} \}$ ලෙස සලකන්න. U යනු T යටතේ $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ M දෛශික අවකාශයේ අචිචලක උප අවකාශයක් වේද යන්න තීරණය කරන්න. ඔබේ පිළිතුර සාධනය කරන්න.

00312

The Open University of Sri Lanka

B.Sc/B.Ed. DEGREE, CONTINUING EDUCATION PROGRAMME

No Book Test 2016/2017

Level 03 Pure Mathematics

PUU 1142/PUE 3142– Vector Spaces

Duration: - One hour

Date: - 28-10-2017 **Time: 4.00 p.m. to 5.00 p.m**

Answer all questions

1.

(a) Let U and V be vector spaces over a field F and $T: U \rightarrow V$ be a linear transformation. Prove that kernel of T is a subspace of U.

(b) Let P be the vector space of all polynomial with real coefficients over the field $\mathbb{R}$. $\mathbb{R}^3$ is the usual Euclidian space. Let $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P$ be defined by

$T(a,b,c) = (2a-c)x + 4bx^2 + (a+2b)x^5$.

(i) Show that T is a linear transformation,

(ii) Find the kernel of T.

2.

(a) Let $\mathbb{R}^2 = \{ (a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$. For every $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in \mathbb{R}^2$

define $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$ and

$\alpha(a_1, a_2) = (\alpha a_1, \alpha a_2)$ for $\alpha \in \mathbb{R}$.

Note that $\mathbb{R}^2$ is a vector space over the field $\mathbb{R}$ under the above operations.

Let $\mathbb{C} = \{ (c_1 + i c_2) \mid c_1, c_2 \in \mathbb{R} \text{ and } i^2 = -1 \}$. For every $(c_1 + ic_2), (d_1 + id_2) \in \mathbb{C}$,

define $(c_1 + ic_2) + (d_1 + id_2) = (c_1 + d_1) + i(c_2 + d_2)$ and

$\alpha(c_1 + i c_2) = (\alpha c_1 + i\alpha c_2)$ for $\alpha \in \mathbb{R}$.

Note that $\mathbb{C}$ is a vector space over the field $\mathbb{R}$ under the above operations.

Let $T: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}^2$ be such that $T(a + ib) = (a, b)$. Show that $\mathbb{C}$ is isomorphic to $\mathbb{R}^2$.

00312

(b) Let $M = \{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} / a, b, c, d \in \mathbb{R} \}$. Note that M is a vector space over the field $\mathbb{R}$ under the usual matrix addition and scalar multiplication.

Let the linear transformation $T : M \to M$ be defined by $T(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} a+b & b \\ c & c+d \end{bmatrix}$.

Suppose $U = \{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} / a, b \in \mathbb{R} \}$.

Is U an invariant subspace of the vector space M over the field $\mathbb{R}$ under T? Prove your Answer.