ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
විවෘත පොත් පරීක්ෂණය - 2016/2017
ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
PUU1142/PUE3142 – දෛශික අවකාශ

කාලය පැය එකයි.

දිනය : - 2017.09.23 **වේලාව : - ප.ව. 4.00 – ප.ව. 5.00 දක්වා**

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1.
(a) ***V*** යනු ***F*** ක්ෂේත්‍රය මත පිහිටි දෛශික අවකාශයකි. $\alpha, \beta \in F$ සහ $v_1, v_2, v \in V$ යයි ගනිමු. ප්‍රත්‍යක්ෂ භාවිතයෙන්

(i) $v \neq 0$ සහ $\alpha v = \beta v$ නම් $\alpha = \beta$

(ii) $\alpha \neq 0\, a$ සහ $\alpha v_1 = \alpha v_2$ නම් $v_1 = v_2$

බව පෙන්වන්න.

(b) $V = \{ (a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$ යයි ගනිමු. සියලු $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in V$ සඳහා $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, 5a_2 + b_2)$ සහ $c(a_1, a_2) = (ca_1, ca_2)$, $c \in \mathbb{R}$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලැබේ. මෙහි $\mathbb{R}$ යනු තාත්වික සංඛ්‍යා ක්ෂේත්‍රය වේ. ඉහත කර්මයන් යටතේ V යනු $\mathbb{R}$ තාත්වික සංඛ්‍යා ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක්ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

2.
(a) $W = \{(x, y)/x \geq 0$ සහ $y \geq 0\}$ යයි ගනිමු. W යනු $\mathbb{R}^2$ හි උප අවකාශයක් වේද නොවේද යන්න තීරණය කරන්න.

(b) $W_1 = \{ (a, b, 0, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ සහ $W_2 = \{ (0, a, b, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ යනු $\mathbb{R}^4$ හි උප අවකාශ වේ. $W_1 \cap W_2$ යනු $\mathbb{R}^4$ හි උප අවකාශයක් බව පෙන්වන්න.

(c) පහත දැක්වෙන දෛනික ඒකජව ස්වායත්තද හෝ ඒකජව පරායත්තද බව සඳහන් කරන්න. ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(i) $1 - x,\ 1 + x,\ 1 - x + 2x^2$ යන්න $\mathbb{R}$ මත වූ මාත්‍රය 2 වූ බහුපදවලින් සෑදුන දෛශික අවකාශය තුළ

(ii) $1 + i, 1 - i, 2 + 3i$ යන්න $\mathbb{R}$ මත වූ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ක්ෂේත්‍රය තුළ

00260

The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. DEGREE, CONTINUING EDUCATION PROGRAMME
Open Book Test 2016/2017
Level 03 Pure Mathematics
PUU 1142/PUE 3142– Vector Spaces
Duration: - One hour

Date: - 23-09-2017 **Time: 4.00 p.m. to 5.00 p.m.**

Answer all questions

1.

(a) Let V be a vector space over a field F. Let $\alpha, \beta \in F$ and $v_1, v_2, v \in V$. Using the axioms of a vector space, prove that

(i) If $v \neq 0$ and $\alpha v = \beta v$ then $\alpha = \beta$

(ii) If $\alpha \neq 0$ and $\alpha v_1 = \alpha v_2$ then $v_1 = v_2$

(b) Let $V = \{ (a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$ For every $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in V$
Define $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, 5a_2 + b_2)$ and $c(a_1, a_2) = (ca_1, ca_2)$ for $c \in \mathbb{R}$ where $\mathbb{R}$ is a real number field. Is V a vector space over the field of real numbers under these operations? Justify your answer.

2.

(a) Let $W = \{(x, y) \mid x \geq 0 \text{ and } y \geq 0\}$. Determine whether the set W is a subspace of $\mathbb{R}^2$.

(b) $W_1 = \{ (a, b, 0, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ and $W_2 = \{ (0, a, b, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ are sub space of $\mathbb{R}^4$. Show that $W_1 \cap W_2$ is a subspace of $\mathbb{R}^4$.

(c) Check whether the following are linearly independent or dependent vectors

(i) $1 - x,\ 1 + x,\ 1 - x + 2x^2$ in the vector space of polynomials of order 2 over the field $\mathbb{R}$.

(ii) $1 + i, 1 - i, 2 + 3i$ in the vector space of complex numbers over the field $\mathbb{R}$.