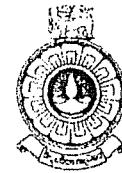


ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වාසාලය
විද්‍යාලේදී / අධ්‍යාපනවේදී උපාධී පාධමාලාව
විවෘත පොත් පරීක්ෂණය - 2016/2017
ඉද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
PUU1142/PUE3142 – දෙශීකිත අවකාශ



කාලය පැය එකයි.

දිනය : - 2017.09.23

වේලාව : - ප.ව. 4.00 – ප.ව. 5.00 දුක්වා

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1.

(a) V යනු F ක්ෂේත්‍රය මත පිහිටි දෙශීකිත අවකාශයකි. $\alpha, \beta \in F$ සහ $v_1, v_2, v \in V$ යයි ගනිමු. ප්‍රත්‍යක්ෂ භාවිතයෙන්

$$(i) \quad v \neq 0 \text{ සහ } \alpha v = \beta v \text{ නම් } \alpha = \beta$$

$$(ii) \quad \alpha \neq 0 \text{ } a \text{ සහ } \alpha v_1 = \alpha v_2 \text{ නම් } v_1 = v_2$$

බව පෙන්වන්න.

(b) $V = \{(a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$ යයි ගනිමු. සියලු $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in V$ සඳහා

$(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, 5a_2 + b_2)$ සහ $c(a_1, a_2) = (ca_1, ca_2)$, $c \in \mathbb{R}$ මගින් අවශ්‍ය දුක්වනු ලැබේ. මෙහි \mathbb{R} යනු තාත්වික සංඛ්‍යා ක්ෂේත්‍රය වේ. ඉහත කර්මයන් යටතේ V යනු \mathbb{R} තාත්වික සංඛ්‍යා ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෙශීකිත අවකාශයක්ද? ඔබේ පිළිතුරු සනාථ කරන්න.

2.

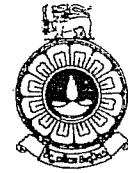
(a) $W = \{(x, y) / x \geq 0 \text{ සහ } y \geq 0\}$ යයි ගනිමු. W යනු \mathbb{R}^2 හි උප අවකාශයක් වේද නොවේද යන්න තීරණය කරන්න.

(b) $W_1 = \{(a, b, 0, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ සහ $W_2 = \{(0, a, b, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ යනු \mathbb{R}^4 හි උප අවකාශ වේ. $W_1 \cap W_2$ යනු \mathbb{R}^4 හි උප අවකාශයක් බව පෙන්වන්න.

(c) පහත දැක්වෙන දෙශීකිත ඒකජව ස්වායත්ත්‍රි හෝ ඒකජව පරායත්ත්‍රි බව සඳහන් කරන්න. ඔබේ පිළිතුරු සනාථ කරන්න.

(i) $1 - x, 1 + x, 1 - x + 2x^2$ යන්න \mathbb{R} මත වූ මාත්‍රය 2 වූ බහුපදවලින් සකසුන දෙශීකිත අවකාශය තුළ

(ii) $1 + i, 1 - i, 2 + 3i$ යන්න \mathbb{R} මත වූ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ක්ෂේත්‍රය තුළ



The Open University of Sri Lanka

B.Sc/B.Ed. DEGREE, CONTINUING EDUCATION PROGRAMME

Open Book Test 2016/2017

Level 03 Pure Mathematics

PUU 1142/PUE 3142– Vector Spaces

Duration: - One hour

Date: - 23-09-2017

Time: 4.00 p.m. to 5.00 p.m.

Answer all questions

1.

- (a) Let V be a vector space over a field F . Let $\alpha, \beta \in F$ and $v_1, v_2, v \in V$. Using the axioms of a vector space, prove that

- (i) If $v \neq 0$ and $\alpha v = \beta v$ then $\alpha = \beta$
- (ii) If $\alpha \neq 0$ and $\alpha v_1 = \alpha v_2$ then $v_1 = v_2$

- (b) Let $V = \{(a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$ For every $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in V$

Define $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, 5a_2 + b_2)$ and $c(a_1, a_2) = (ca_1, ca_2)$ for $c \in \mathbb{R}$ where \mathbb{R} is a real number field. Is V a vector space over the field of real numbers under these operations? Justify your answer.

2.

- (a) Let $W = \{(x, y) \mid x \geq 0 \text{ and } y \geq 0\}$. Determine whether the set W is a subspace of \mathbb{R}^2 .

- (b) $W_1 = \{(a, b, 0, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ and $W_2 = \{(0, a, b, 0) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ are sub space of \mathbb{R}^4 . Show that $W_1 \cap W_2$ is a subspace of \mathbb{R}^4 .

- (c) Check whether the following are linearly independent or dependent vectors

- (i) $1 - x, 1 + x, 1 - x + 2x^2$ in the vector space of polynomials of order 2 over the field \mathbb{R} .

- (ii) $1 + i, 1 - i, 2 + 3i$ in the vector space of complex numbers over the field \mathbb{R} .