.031

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணிப்பட்டப் பாடநெறி – மட்டம் 03
இறுதிப் பரீட்சை – 2008/2009
தூய கணிதம்
PMU 1191/PME 3191 – அட்சரகணிதம்

காலம் :- இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

நாள் :- **23-12-2008.** நேரம் :- முப 9.30 – முப 11.30

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

01. (a) $|2x-3|+|3-x|<3$ என்னும் சமனிலியைத் தீர்க்க.

(b) $f:A\to B, g:B\to C$ என்பன ஒன்று – ஒன்று சார்புகளாயின்,

$g\circ f$ வும் ஒன்று – ஒன்று சார்பேயெனக் காட்டுக.

(c) $f(x)=\dfrac{x}{(1-|x|)}$ என்பது $f:]-1,1[\to\mathbb{R}$ ஆல் வரையறுக்கப்பட்டிருப்பின்,

(i) f ஆனது ஒன்று – ஒன்று சார்பு என நிறுவுக.

(ii) f ஆனது இன்மேல் சார்பா என துணிக.

02. (a) சிக்கலெண்கள் பகுப்பில் ஒயிலரின் சூத்திரத்தைக் கூறுக.

(b) $\cos\theta$ வை $e^{i\theta}$, $e^{-i\theta}$ என்னும் உறுப்புக்களில் எழுதி, $\int_0^{2\pi}\cos^8\theta\,d\theta=\dfrac{35\pi}{64}$ எனக் காட்டுக.

(உதவி: $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^k\,b^{n-k}$)

(c) $(z^3+1)(z^2-3z+2)=0$ என்னும் பல்லுறுப்பியின் தீர்வுகளைக் காண்க.

03. (a) யாதாயினும் இரு சதுரத் தாயங்கள் A,B ஆகியவற்றுக்கு, AB இனதும் BA இனதும் முறைமைப் பெறுமானங்கள் ஒரே மாதிரியானவைகளென நிறுவுக.

(b) பின்வரும் ஏகபரிமாண சமன்பாடுகளின் தொகுதிக்கு ஒருத்தனித் தீர்வு உள்ளதென காட்டுக.

$$2x-3y+z=8;$$
$$x+2y-2z=-2;$$
$$-x-y+3z=2;$$

மேலும் கிரமரின் நெறியைப் பயன்படுத்தி அத்தீர்வைக் காண்க.

04. (a) மூலைவிட்டமாக்கப் படக்கூடிய தாயமொன்றை வரையறுக்க.

(b) பின்வரும் தாயத்தின் முறைமைப் பெறுமானங்களையும், அதற்கொத்த முறைமைக் காவிகளையும் காண்க

$$A=\begin{bmatrix}0 & 0 & -2\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 3\end{bmatrix}.$$

P யின் நேர்மாற்றுத் தாயத்தைக் காண்க, இங்கு P ஆனது A யின் முறைமைக் காவிகளை நிரல்களாக கொண்ட தாயமாகும்.

$P^{-1}AP=D$ என்பதை வாய்ப்புப் பார்க்க, இங்கு D ஆனது A யின் முறைமைக் பெறுமானங்களை மூலகங்களாக கொண்ட மூலைவிட்ட தாயமாகும்.

05. (a) துவித செய்கையொன்றை வரையறுக்க.

(b) ஒரு குழுவின் சர்வசமன் மூலகம் தனியானது என நிறுவுக.

(c) சாதாரண கூட்டலை துவித செய்கையாகக் கொண்ட தொடை

$S=\left\{a+b\sqrt{3}\;\middle|\; a,\, b\in\mathbb{Z}\right\}$ ஆனது ஒரு குழு எனக் காட்டுக.

06. (a) வளையமொன்றின் பூச்சிய வகுத்தியொன்றை வரையறுக்க.

(b) $D=\mathbb{Z}_5$ எனவும் $+_5$, $\times_5$ ஆகியன முறையே கூட்டல் மட்டு 5, பெருக்கல் மட்டு 5 எனவும் கொள்க. கேலியின் அட்டவணையைப் பாவிப்பதன் மூலம் $(\mathbb{Z}_5,+_5,\times_5)$ ஒரு முழுவெண்ணாட்சியெனக் காட்டுக.

$(\mathbb{Z}_5,+_5,\times_5)$ ஒரு புலமா என துணிக.