



ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
 විද්‍යාවේදී උපාධි පාඨමාලාව/ඒකාංගික විද්‍යා අධ්‍යාපන පාඨමාලාව
 අවසාන පරීක්ෂණය 2008/2009
 AMU 1181/AME 3181 - අවකල සමීකරණ
 3 වන මට්ටම - ව්‍යවහාරික ගණිතය

083

කාලය :- පැය 2 යි.

දිනය :- 19-01-2009.

වේලාව:- ප.ව. 1.30 සිට ප.ව. 3.30 දක්වා.

ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

01. (a) $a \frac{d^2y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = 0$ හි සාධාරණ විසඳුම් එහි සහායක සමීකරණයේ විසඳුම්වල ස්වභාවය මත රඳා පවතී. මෙහි a, b සහ c නියත වන අතර $a \neq 0$ වේ. එම සහායක සමීකරණයේ විසඳුම්ද, එයට අනුරූප දී ඇති අවකල සමීකරණය සඳහා සාධාරණ විසඳුම්ද ලියා දක්වන්න.

(b) ඕනෑම දෙවන ගණයේ නියත සංගුණක සමීකරණයක් වන $ay'' + by' + c = 0$ සඳහා ලැබෙන ලාක්ෂණික සමීකරණයෙහි r පුනරාවර්තන මූලයක් තිබේ නම් $y'' - 2ry' + r^2y = 0$ ආකාරයේ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

$y_1(t) = u(t)e^{rt}$ ලෙස ගනිමු. මෙහි $u(t)$ යනු t විෂයෙන් දෙවරක් අවකලනය කළහැකි, t හි ශ්‍රිතයකි. y_1' සහ y_1'' සොයා $y_1'' - 2ry_1' + r^2y_1$ සුළු කරන්න.

$y'' - 2ry' + r^2y = 0$ සමීකරණයේ $y = y_1(t)$ විසඳුමක් නම් $u(t)$ සොයන්න.

02.(a) පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකල සමීකරණ විසඳන්න.

(a) $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0$

(b) $\frac{dr}{d\theta} + r \tan \theta = \cos^2 \theta$

(c) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = -\frac{y^2}{x}$

(d) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2y^2}{1+x}$

03.(a) සමාවර්තිතා සම්බන්ධය සහ එහි ගණය අර්ථ දක්වන්න.

(b) එක් අයෙක් බැංකුවකින් වාර්ෂික වැල්පොලිය 10% ට යටත් වන පරිදි රුපියල් 50,000/= ණයට ගනී. මෙම ණය මුදල අවුරුදු දෙකක කාලයකට යටත්ව මාසික වාර 24 කින් ආපසු ගෙවිය යුතිය. එක් මාසික වාරිකයක් සඳහා ගෙවිය යුතු මුදල සොයන්න.

(c) පහත දැක්වෙන සමාවර්තිතා සම්බන්ධය විසඳන්න.

$$T(n) = \begin{cases} 3 & ; n = 0 \\ 17 & ; n = 1 \\ 10T(n-1) - 25T(n-2) & ; n > 1 \end{cases}$$

04. (a) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ සමීකරණය ඔයිලර් ක්‍රමයෙන් විසඳීම සඳහා අවශ්‍ය සුත්‍රකරණය සොයන්න.

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ අවකල සමීකරණය සඳහා ඔයිලර් ක්‍රමය භාවිතයෙන් $y(1)$ සොයන්න. පියවර දිග $h = 0.2$ ලෙස භාවිත කළ හැක. මෙහි මූලික තත්ත්ව ලෙස $x = 0$ විට $y = 0$ සහ $\frac{dy}{dx} = 1$ ලෙස දී ඇත.

(c) ඉහත (b) කොටසෙහි දී ඇති අවකල සමීකරණය විසඳා නිරපේක්ෂ දෝෂය සොයන්න.

05. (a) ස්කන්ධය ග්‍රෑම් 100 වන වස්තුවක් දිග සෙන්ටිමීටර 25 වන දුන්නක එල්ලු විට එම දුන්න සෙන්ටිමීටර 30 ක් දක්වා ඇදේ. දුනු නියතය සොයන්න.

(b) (a) කොටසෙහි සඳහන් අවලම්බ පද්ධතිය සඳහා කෝණික සංඛ්‍යාතය සහ ආවර්තය සොයන්න.

(c) ඉහත සඳහන් ස්කන්ධය එක් සෙන්ටිමීටරයක් පහලට ඇද තත්පරයට සෙන්ටිමීටර 4ක ප්‍රවේගයකින් මුදා හැරිය විට ඊට පසු ඇති වන චලිතයේ විස්තාරය නිර්ණය කරන්න.

(d) c_1 සහ c_2 හි ඕනෑම අගයක් සඳහා $y'' + 9y = 0$ අවකල සමීකරණය $y = c_1 \cos 3t + c_2 \sin 3t$ මගින් තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

(e) ඔබට (c) කොටසෙහි ලැබෙන විසඳුම (d) කොටස උපයෝගී කර ගනිමින් විස්තාර-කලාව ආකාරයට දක්වා එම විසඳුම ප්‍රස්ථාර ගත කරන්න.

06. (a) $\cos 2t$ සහ $\sin 2t$, $y'' + 4y = 0$ හි විසඳුම් බව පෙන්වන්න.

(b) (a) කොටස උපයෝගී කරගනිමින් $y'' + 4y = \cos 5t$ වල සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(c) $y'' + 4y = \cos 5t$ හි ව්‍යක්තික විසඳුම $y = \frac{2}{21} \sin \frac{7}{2}t \sin \frac{3}{2}t$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $y(0) = 0$ සහ $y'(0) = 0$ වේ.

- හිමිකම් ඇවිරිණි -