



இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணிப் பட்டப் பாடநெறி/தொடர் கற்கைநெறி
இறுதிப் பரீட்சை 2008/2009
AMU 1181/AME 3181 – வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்
மட்டம் 03 – பிரயோக கணிதம்

045

காலம் :- 2 மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- 19-01-2009.

நேரம் :- பி.ய 1.30 – பி.ய 03.30

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

01. (a) வகையீட்டுச் சமன்பாடு $a \frac{d^2y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = 0$ இன் பொதுத்தீர்வுகள், அவ்வகையீட்டுச்

சமன்பாட்டினது சிறப்பியல்புச் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் தன்மையில் தங்கியுள்ளது. இங்கு a, b மற்றும் c என்பன மாறிலிகளும், $a \neq 0$ வும் ஆகும். துணைச்சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் வகைகளை எழுதி, அவற்றிகொத்த பொதுத்தீர்வுகளை தரப்பட்ட வகையீட்டுச் சமன்பாட்டிற்கு எழுதுக.

(b) $ay'' + by' + c = 0$ ஆனது யாதாயினும் ஒருமைக் குணகங்களைக் கொண்ட இரண்டாம் படி வகையீட்டுச் சமன்பாடாகும். இதனது சிறப்பியல்புச் சமன்பாடானது ஒரு இரட்டை மூலம் r ஐ கொண்டுள்ளதாயின், அது $y'' - 2ry' + r^2y = 0$ என்னும் வடிவில் இருக்கவேண்டுமெனக் காட்டுக.

$y(t) = u(t)e^{rt}$ என்க, இங்கு $u(t)$ ஆனது இரு தடவைகள் வகையிடத்தக்க t இன் சார்பாகும்.

y_1', y_2'' ஆகியவற்றைக் கண்டு $y_1'' - 2ry_1' + r^2y_1$ ஐ சுருக்குக.

$y = y_1(t)$ ஆனது $y'' - 2ry' + r^2y = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் ஓர் மூலமாயின், $u(t)$ ஐக் காண்க.

02. பின்வரும் ஒவ்வொரு வகையீட்டுச் சமன்பாட்டுகளையும் தீர்க்குக.

(a) $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0$

(b) $\frac{dr}{d\theta} + r \tan \theta = \cos^2 \theta$

(c) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = -\frac{y^2}{x}$

(d) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 y^2}{1+x}$

03.(a) “மடங்குத் தொடர்பு” மற்றும் அதன் “படி” என்பனவற்றை வரையறுக்குக.

(b) நபரொருவர் மாதாந்தக் கூட்டுவட்டிக்கு ரூபா 50,000 ஐ கடனாக வங்கியொன்றிலிருந்து ஆண்டுவட்டி 10% ற்கு கடனாகப் பெற்றார். அக் கடனானது 2 வருடங்களில் 24 மாதத் தவணைக் கட்டணங்களாக மீண்டும் செலுத்த வேண்டும். மாதத் தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க.

(c) தரப்பட்ட மடங்குத் தொடர்பினைத் தீர்க்குக.

$$T(n) = \begin{cases} 3 & ; n = 0 \\ 17 & ; n = 1 \\ 10T(n-1) - 25T(n-2) & ; n > 1 \end{cases}$$

04. (a) சமன்பாடு $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ ஐத் தீர்ப்பதற்காக ஓயிலரின் முறையை குத்திரப்படுத்துக.

(b) படி நீளம் 0.2 என்பனைப் பாவித்து வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ இல் $y(1)$ ஐக் காண்பதற்கு தொடக்க நிபந்தனைகளாக $x = 0$ ஆகும்போது $y = 0$, $\frac{dy}{dx} = 1$ ஐ பாவித்து ஓயிலரின் முறையினைப் பாவிக்குக.

(c) பகுதி (b) இலுள்ள வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை தீர்த்து, தனிவழுவைக் காண்க.

05. (a) 25cm நீளமான வில்லொன்று 100 கிராம் திணிவுள்ள சுமையினால் அதன் நீளம் 30cm ஆக இருக்குமாறு ஈர்க்கப்படுகிறது. வில்லின் மாறிலியைத் துணிக.

(b) பகுதி (a) இலுள்ள வில் திணிவுத்தொகுதியிற்கான வட்ட மீடறனையும், ஆவர்த்தனத்தையும் காண்க.

(c) திணிவானது 1cm க்கு கீழ்நோக்கி இழுக்கப்பட்டு, மேல்நோக்கி 4cm/s என்னும் வேகத்துடன் விடப்படுகின்றதெனின் இத் தொடர்பிப்பிரிப்பு இயக்கத்தின் வீச்சத்தைக் காண்க.

(d) c_1 , c_2 ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைப் பொருட்படுத்தாது $y = c_1 \cos 3t + c_2 \sin 3t$ ஆனது $y'' + 9y = 0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டினைத் திருப்திப்படுத்துமென வாய்ப்புப் பார்க்க.

(e) பகுதி (d) ஐ பாவித்து, பகுதி (c) இல் பெற்ற தீர்வினை வீச்சம்-அவத்தை வடிவில் துணிந்து, தீர்விற்கான வரைபினை வரைக.

06. (a) $\cos 2t$, $\sin 2t$ என்பன வகையீட்டுச் சமன்பாடு $y'' + 4y = 0$ இன் தீர்வுகள் எனக் காட்டுக.

(b) பகுதி (a) ஐ பாவித்து, ஏகவினமற்ற வகையீட்டுச் சமன்பாடு $y'' + 4y = \cos 5t$ இன் பொதுத்தீர்வினைக் காண்க.

(c) $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ ஆயின் $y'' + 4y = \cos 5t$ இன் குறித்த தீர்வு $y = \frac{2}{21} \sin \frac{7}{2}t \sin \frac{3}{2}t$ எனக் காட்டுக.

— முழுப் பதிப்புரிமையுடையது —