00044

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී උපාධි පාඨමාලාව
ව්‍යවහාරික ගණිතය - මට්ටම 03
අවසාන පරීක්ෂණය - 2009/2010
AMU1182/ AME3182 - කේතුක හා දෛශික වීජීය

කාලය: පැය 2 යි.

දිනය :-17.06.2010 වේලාව:- ප.ව.1.00 - ප.ව. 3.00 දක්වා

ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) $Ax^2+2Bxy+Cy^2+2Fx+2Gy+H=0$, කේතුකය සලකන්න. මෙහි A,B,C,F,G සහ H යනු නියත වේ.

ඉහත කේතුකය

(i) වෘත්තයක්

(ii) පරාවලයක්

(iii) බහුවලයක්

(iv) ඉලිප්සයක්

වීම සඳහා අවශ්‍ය සියලුම තත්ව ලියා දක්වන්න.

(b) ඉහත සමීකරණය, අක්ෂ θ කෝණයකින් භ්‍රමණය කිරීමෙන් $ax^2+cy^2+2fx+2gy+h=0$ ආකාරයට ලියා දැක්විය හැක. θ කෝණය සඳහා ප්‍රකාශනයක් සොයන්න.

(c) පහත සමීකරණ කේතුකයක සම්මත සමීකරණය බවට ඌනනය කර එමගින් පහත කේතුක හඳුනා ගන්න.

(i) $xy=1$

(ii) $4x^2-4xy+7y^2-24=0.$

2. $5x^2+4xy+2y^2+\sqrt{2}x+2\sqrt{2}y+1=0$ යන කේතුක සමීකරණය සලකන්න.

(a) ඉහත සමීකරණය දෛශික ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) ඉහත කේතුකයෙහි සංඝටක න්‍යාසය වන $\underline{A}$ ලියා දක්වන්න. තවද $\underline{P}^T\underline{A}\underline{P}=\underline{D}$, වන පරිදි $\underline{P}$ ප්‍රලම්භ න්‍යාසයක් සොයන්න. මෙහි $\underline{D}$ යනු විකර්ණ න්‍යාසයයි. එමගින් $5x^2+4xy+2y^2+\sqrt{2}x+2\sqrt{2}y+1=0$ කේතුකය හඳුනාගන්න.

3. (a) $4\underline{i}-5\underline{j}$ දෛශිකයට ලම්භක ඒකක දෛශිකය සොයන්න.

(b) ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් $\underline{A}=3\underline{i}+6\underline{j}-2\underline{k}$ සහ $\underline{B}=4\underline{i}-\underline{j}+3\underline{k}$ මගින් සෑදී ඇත. ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල අගයන් සොයන්න.

(c) $ABCD$ යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. $\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{BC}^2+\overrightarrow{CD}^2+\overrightarrow{DA}^2=\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{BD}^2$ බව සාධනය කරන්න.

4. (a) A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $(4, 3, -2)$, $(5, 2, -3)$ සහ $(6, 5, -4)$ වේ. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(b) සරළ රේඛාවක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ මගින් දෙනු ලැබේ. $\underline{b}\times\underline{c}+\underline{c}\times\underline{a}+\underline{a}\times\underline{b}=\underline{0}$ බව සාධනය කරන්න.

(c) $\underline{a}-\underline{x}\times\underline{b}=\alpha\underline{b}$ නම් $\alpha=\dfrac{\underline{a}\cdot\underline{b}}{b^2}$ බව පෙන්වන්න.

5. (a) $(6, 3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන්නා වූද, $2\underline{i}-\underline{j}$ දෛශිකයට සමාන්තර වූද, සරල රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය සොයන්න.

(b) පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{a}$ වන A ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන්නා වූද, $\underline{n}$ දෛශිකයට ලම්භක වූද, සරල රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය සොයන්න.

(c) $A(2, 3, 1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන්නා වූද, $B(3, 1, -1)$ සහ $C(-1, 1, 3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන්කරන සරල රේඛාවට සමාන්තර වූද, සරල රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය සොයන්න. $(2, -3, 5)$ ලක්ෂ්‍යය එම රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

6. (a) $\underline{u}$ සහ $\underline{v}$ යනු t හි දෛශික ශ්‍රිත යයි ගනිමු. $\dfrac{d}{dt}(\underline{u}\cdot\underline{v})=\dfrac{d\underline{u}}{dt}\cdot\underline{v}+\underline{u}\cdot\dfrac{d\underline{v}}{dt}$ සහ $\dfrac{d}{dt}(\underline{u}\times\underline{v})=\dfrac{d\underline{u}}{dt}\times\underline{v}+\underline{u}\times\dfrac{d\underline{v}}{dt}$ බව සාධනය කරන්න.

(b) $\underline{A}=t^2\,\underline{i}-t\,\underline{j}+(2t+1)\underline{k}$ සහ $\underline{B}=(2t-3)\underline{i}+\underline{j}-t\,\underline{k}$ නම් $t=1$ විට $\dfrac{d}{dt}\left(\underline{A}\times\dfrac{d\underline{B}}{dt}\right)$ සොයන්න.

(c) $\underline{r}=e^{-t}(\underline{c}_1\cos 2t+\underline{c}_2\sin 2t)$ යන්න $\dfrac{d^2\underline{r}}{dt^2}+2\dfrac{d\underline{r}}{dt}+5\underline{r}=0$ අවකල සමීකරණයේ විසඳුමක් බව පෙන්වන්න. මෙහි $\underline{c}_1$ සහ $\underline{c}_2$ යනු නියත දෛශික වේ.

0(

The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed Degree Programme
Final Exam - 2009/2010
Applied Mathematics – Level 3
AMU 1182/AME 3182 - Conics and Vector Algebra
Duration :- Two Hours

Date:- 17.06.2010 **Time:- 1.00p.m.- 3.00p.m.**

Answer Four Questions Only

1. Consider the conic $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Fx + 2Gy + H = 0$, where A, B, C, F, G and H are constants.

(a) Write all the necessary conditions for the above conic to be a

(i) Circle

(ii) Parabola

(iii) Hyperbola

(iv) Ellipse.

(b) The above equation can be reduced to the form $ax^2 + cy^2 + 2fx + 2gy + h = 0$ by rotating the axes about the origin through an angle θ. Find the value of angle θ.

(c) Reduce the following equations of conics to the standard forms and identify the conics:

(i) $xy = 1$

(ii) $4x^2 - 4xy + 7y^2 - 24 = 0$.

2. Consider the conic equation $5x^2 + 4xy + 2y^2 + \sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y + 1 = 0$.

(a) Express the above equation in matrix form.

(b) Write down the associated matrix $\underline{A}$, and find an orthogonal matrix $\underline{P}$ such that $\underline{P}^T \underline{A}\underline{P} = \underline{D}$, where $\underline{D}$ is a diagonal matrix.

Hence, identify the conic $5x^2 + 4xy + 2y^2 + \sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y + 1 = 0$.

3. (a) Find the unit vector perpendicular to the vector $4\underline{i}-5\underline{j}$.

(b) Two sides of a triangle are formed by the vectors $\underline{A}=3\underline{i}+6\underline{j}-2\underline{k}$ and $\underline{B}=4\underline{i}-\underline{j}+3\underline{k}$. Determine the angles of the triangle.

(c) Let $ABCD$ be a parallelogram. Prove that $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{DA}^2=\overline{AC}^2+\overline{BD}^2$.

4. (a) The position vectors of the points A, B, C are $(4, 3, -2)$, $(5, 2, -3)$, $(6, 5, -4)$ respectively. Find the area of the triangle ABC.

(b) The position vectors of three points on the straight line are given by $\underline{a}$, $\underline{b}$ and $\underline{c}$. Prove that $\underline{b}\times\underline{c}+\underline{c}\times\underline{a}+\underline{a}\times\underline{b}=\underline{0}$.

(c) If $\underline{a}-\underline{x}\times\underline{b}=\alpha\underline{b}$, then show that $\alpha=\dfrac{\underline{a}\cdot\underline{b}}{b^2}$.

5. (a) Find the vector equation of the line which passes through the point $(6, 3)$ and parallel to the vector $2\underline{i}-\underline{j}$. What intercepts does this line make on both the x and y axes?

(b) Find the vector equation of a straight line which passes through a given point A with the position vector $\underline{a}$ and perpendicular to the vector $\underline{n}$.

(c) Find the vector equation of a straight line through a point $A(2, 3, 1)$ and parallel to the line through the points $B(3, 1, -1)$ and $C(-1, 1, 3)$. Verify that the point $(2, -3, 5)$ is on that line.

6. (a) Let $\underline{u}$ and $\underline{v}$ be vector functions of t. Prove that $\dfrac{d}{dt}(\underline{u}\cdot\underline{v})=\dfrac{d\underline{u}}{dt}\cdot\underline{v}+\underline{u}\cdot\dfrac{d\underline{v}}{dt}$ and $\dfrac{d}{dt}(\underline{u}\times\underline{v})=\dfrac{d\underline{u}}{dt}\times\underline{v}+\underline{u}\times\dfrac{d\underline{v}}{dt}$.

(b) If $\underline{A}=t^2\underline{i}-t\underline{j}+(2t+1)\underline{k}$ and $\underline{B}=(2t-3)\underline{i}+\underline{j}-t\underline{k}$, then find $\dfrac{d}{dt}\left(\underline{A}\times\dfrac{d\underline{B}}{dt}\right)$ at $t=1$.

(c) Show that $\underline{r}=e^{-t}(\underline{c}_1\cos 2t+\underline{c}_2\sin 2t)$, where $\underline{c}_1$ and $\underline{c}_2$ are constant vectors, is a solution of the differential equation $\dfrac{d^2\underline{r}}{dt^2}+2\dfrac{d\underline{r}}{dt}+5\underline{r}=0$.

)044

00016

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி
இறுதிப் பரீட்சை **-2009/2010**
பிரயோகக் கணிதம் – மட்டம் **03**
AMU 1182 /AME 3182 – கூம்புவளைவுகளும் காவி அட்சரகணிதமும்

காலம் :- இரண்டு மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- **17.06.2010.**

நேரம்:- பிப **1.00**– பிப **3.00**

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

1. $Ax^2+2Bxy+Cy^2+2Fx+2Gy+H=0$ என்னும் கூம்புவளைவைக் கருதுக, இங்கு A,B,C,F,G மற்றும் H என்பன மாறிலிகளாகும்.

(a) மேற்கூறப்பட்ட கூம்புவளைவானது

(i) வட்டம்

(ii) பரவளைவு

(iii) அதிபரவளைவு

(iv) நீள்வளையம் ஆவதற்கு அவசியமான நிபந்தனைகள் எல்லாவற்றையும் எழுதுக.

(b) மேற்கூறப்பட்ட கூம்புவளைவை உற்பத்தி பற்றி அச்சுக்களை θ கோணம் ஒன்றினூடாக சுழற்றுவதன் மூலம் $ax^2+cy^2+2fx+2gy+h=0$ என்னும் வடிவத்திற்கு ஒடுக்கலாம். கோணம் θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) பின்வரும் கூம்புவளைவு சமன்பாடுகளை நியம வடிவத்திற்கு ஒடுக்குக, மற்றும் கூம்புவளைவுகளை இனங்காண்க.

(i) $xy=1$

(ii) $4x^2-4xy+7y^2-24=0.$

2. $5x^2+4xy+2y^2+\sqrt{2}x+2\sqrt{2}y+1=0$ என்னும் கூம்புவளைவின் சமன்பாட்டைக் கருதுக.

(a) மேற்கூறப்பட்ட சமன்பாட்டை தாயவடிவில் தருக.

(b) இத்துடன் தொடர்புடைய தாயம் $\underline{A}$ ஐ எழுதுக, மற்றும் $\underline{P}^T\underline{AP}=\underline{D}$ ஆகவுள்ள நிமிர்கோணத்தாயம் $\underline{P}$ ஐக் காண்க. இங்கு $\underline{D}$ ஆனது மூலைவிட்டத்தாயமாகும்.

இதிலிருந்து $5x^2+4xy+2y^2+\sqrt{2}x+2\sqrt{2}y+1=0$ என்னும் கூம்புவளைவை இனங்காண்க.

3. (a) $4\underline{i}-5\underline{j}$ என்னும் காவிக்கு செங்குத்தாகவுள்ள அலகுக்காவியைக் காண்க.

(b) முக்கோணியின் இருபக்கங்கள் $\underline{A}=3\underline{i}+6\underline{j}-2\underline{k}$ மற்றும் $\underline{B}=4\underline{i}-\underline{j}+3\underline{k}$ என்னும் காவிகளால் அமைக்கப்பட்டுள்ளன. இம்முக்கோணியின் கோணங்களைத் துணிக.

(c) $ABCD$ என்பது ஒரு இணைகரம் என்க. $\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{BC}^2+\overrightarrow{CD}^2+\overrightarrow{DA}^2=\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{BD}^2$ என நிறுவுக.

4. (a) A, B, C என்னும் புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $(4, 3, -2), (5, 2, -3), (6, 5, -4)$ ஆகும். முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவைக் காண்க.

(b) நேர்கோட்டிலுள்ள மூன்று புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் $\underline{a}, \underline{b}$ மற்றும் $\underline{c}$ இனால் தரப்படுகின்றது. $\underline{b}\times\underline{c}+\underline{c}\times\underline{a}+\underline{a}\times\underline{b}=\underline{0}$ என நிறுவுக.

(c) $\underline{a}-\underline{x}\times\underline{b}=\alpha\underline{b}$ எனின், $\alpha=\dfrac{a\cdot b}{b^2}$ எனக்காட்டுக.

5. (a) $(6, 3)$ என்னும் புள்ளியினூடாக செல்வதும் $2\underline{i}-\underline{j}$ என்னும் காவிக்கு சமாந்தரமானதுமான கோட்டின் காவிச்சமன்பாட்டைக் காண்க. இக்கோடு x மற்றும் y அச்சுக்களோடு என்ன வெட்டுத்துண்டுகளை அமைக்கின்றது.

(b) $\underline{a}$ ஐத் தானக்காவியாக உடைய தரப்பட்ட புள்ளி A யினூடாக செல்வதும், $\underline{n}$ என்னும் காவிக்கு செங்குத்தாகவுள்ளதுமான கோட்டின் காவிச்சமன்பாட்டைக் காண்க.

(c) $A(2, 3, 1)$ என்னும் புள்ளியினூடாக செல்வதும் $B(3, 1, -1)$ மற்றும் $C(-1, 1, 3)$ என்னும் புள்ளிகளினூடாக செல்லும் கோட்டிற்கு சமாந்தரமானதுமான கோட்டின் காவிச்சமன்பாட்டைக் காண்க. $(2, -3, 5)$ என்னும் புள்ளி அந்நேர்கோட்டின் மீதுள்ளதா என வாய்ப்புப்பார்க்க.

6. (a) $\underline{u}$ மற்றும் $\underline{v}$ என்பன t இன் காவிச்சார்புகள் என்க. $\dfrac{d}{dt}(\underline{u}\cdot\underline{v})=\dfrac{d\underline{u}}{dt}\cdot\underline{v}+\underline{u}\cdot\dfrac{d\underline{v}}{dt}$ மற்றும் $\dfrac{d}{dt}(\underline{u}\times\underline{v})=\dfrac{d\underline{u}}{dt}\times\underline{v}+\underline{u}\times\dfrac{d\underline{v}}{dt}$ என நிறுவுக.

(b) $\underline{A}=t^2\,\underline{i}-t\,\underline{j}+(2t+1)\underline{k}$ மற்றும் $\underline{B}=(2t-3)\underline{i}+\underline{j}-t\,\underline{k}$ எனின், $\dfrac{d}{dt}\left(\underline{A}\times\dfrac{d\underline{B}}{dt}\right)$ ஐ $t=1$ இல் காண்க.

(c) $\underline{r}=e^{-t}(\underline{c}_1\cos 2t+\underline{c}_2\sin 2t)$ என்பது $\dfrac{d^2\underline{r}}{dt^2}+2\dfrac{d\underline{r}}{dt}+5\underline{r}=0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக்காட்டுக, இங்கு $\underline{c}_1$, $\underline{c}_2$ என்பன மாறிலிக்காவிகளாகும்.