The Open University of Sri Lanka
Continuing Education / Stand Alone Courses in Science

Final Examination 2011/2012

PSE 3117 - Mathematics for Chemistry and Biology
(2 hours)

20th December 2011	9.30 a.m. — 11.30 p.m.

- This paper has seven (7) questions. Total marks awarded = 220
- Attempt all the questions; all those scoring about 200 or more would be deemed to have scored 100%; pro rata marks would be awarded to other candidates.
- The use of a non-programmable electronic calculator is permitted.
- Clearly write down all relevant steps in answering the questions.
- $\log_e X = \ln X = 2.303\log_{10} X$
- Show all relevant steps in arriving at your final answer.

- මෙම ප්‍රශ්ණ පත්‍රයේ ප්‍රශ්ණ 7 ක් ඇත. සම්පූර්ණ ලකුණු ගණන 220 කි.
- සියලුම ප්‍රශ්ණවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කරන්න ලකුණු 200 ක් පමණ ලබාගන්නා සිසුන්ට ලකුණු 100 හිමිවනු ඇත. අනෙකුත් සිසුන් සඳහා සමානුපාතිකව ලකුණු ප්‍රදානය කරනු ලැබේ.
- ප්‍රක්‍රමණය කළ නොහැකි ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක.
- පිළිතුරු සැපයීමේදී අදාල සියලුම පියවර පැහැදිලිව ලියන්න.
- $\log_e X = \ln X = 2.303\log_{10} X$
- අවසාන පිළිතුර ලබාගැනීමට අදාලවන සියළුම පියවර දක්වන්න.

1 (a) Simplify and express the following in the form, a + ib. පහත දැ සුළුකර a + ib ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

$$\frac{(2-3i)}{(2+i)} + (2i-1)^2$$

(12 marks)

(b) Solve for x. x සඳහා විසඳන්න.

(i) $3^{2x} - 4(3^x) + 3 = 0$

(ii) $3x + 4 + \frac{1}{x} = 0 \quad (x \neq 0)$ **(10 marks)**

2 (a) (i) Determine from first principles the values of A and B if $\log_{10}\frac{P\times Q^2}{R^3} = \log_{10} P + A - B$

$\log_{10}\frac{P\times Q^2}{R^3} = \log_{10} P + A - B$ නම් ප්‍රථම මූල ධර්මවලින් A සහ B නිර්නය කරන්න.

(ii) Given that $\log_{10}5 = 0.6990$, evaluate (without the aid of a calculator or log tables), the following.

$\log_{10}5 = 0.6990$ බව දී ඇත්නම් පහත දැක්වෙන දැහි අගය සොයන්න.

$$\left[\frac{[\log_2 10 + \log_2 25]\text{x}\log_{10} 2}{\log_{10}\left(\frac{1}{100}\right)}\right]\left[\frac{2}{3}\log_3\sqrt{\frac{1}{27}}\right]$$

(18 marks)

(b) (i) Find the value of θ $(0 \le \theta \le 360)$ that satisfies the equation.

පහත දැක්වෙන සමීකරණය තෘප්ත කරන θ $(0 \le \theta \le 360)$ අගයන් සොයන්න.

$$2\cos 2\theta + 4\sin\theta - 3 = 0$$

(ii) Calculate a simplified value for C given that $C = \frac{2\cot 2\theta}{\cos\theta - \sin\theta} - \operatorname{cosec}\theta$

$C = \frac{2\cot 2\theta}{\cos\theta - \sin\theta} - \operatorname{cosec}\theta$ බව දී ඇත් නම් C සඳහා අගයක් සුළුකර දක්වන්න.

(12 marks)

3 Find the first differential of the following functions: පහත දැක්වෙන ශ්‍රිතයන්ගේ ප්‍රථම අවකලය සොයන්න.

(i) $v = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

(ii) $y = \sec\theta.\tan\theta$

(iii) $y = 2x^2\ln[2x+1]$

(iv) $v = \frac{2x-3}{(x^2-1)}$

(32 marks)

4. (a) Integrate the following: පහත දැක්වෙන දෑ අනුකලනය කරන්න.

(i) $\int 2xe^x dx$

(ii) $\int \sin 4\theta.\cos 4\theta.d\theta$

(iii) $\int \frac{2x-3}{(x-1)(x-2)}dx$

(iv) $\int \frac{1-q}{1+q}.dq$

(32 marks)

(b) Evaluate. අගයන්න. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1}{2}\sin^2\theta d\theta$

(08 marks)

5. (a) The speed (V/ km h^{-1}) of an object is represented by the mathematical expression
$V = 8t^2 - 4t + 3$, where t is time in hours.
වස්තුවක වේගය (V/ km h^{-1}), $V = 8t^2 - 4t + 3$ යන ගණිතමය ප්‍රකාශණයෙන් දක්වා ඇත. මෙහි t යනු කාලය පැය වලිනි.

(i) Calculate the time taken to record the lowest speed. අවම වේගය සටහන් වීමට ගතවන කාලය ගණනය කරන්න.

(ii) Calculate the distance traveled in the first 30 minutes (starting time, t = 0)
පළමු මිනිත්තු 30 තුලදී ගමන් කළ දුර ගණනය කරන්න.(ආරම්භය t = 0)

(12 marks)

(b) Consider the function, $U = f(x,y,z) = \dfrac{y^2 - z^2}{\sqrt{x}}$ යන ශ්‍රිතය සලකා බලන්න.

Show that $\left[\dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{\partial U}{\partial x}\right)_{z,y}\right]_{x,y} = \left[\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial U}{\partial z}\right)_{x,y}\right]_{z,y}$ බව පෙන්වන්න.

(12 marks)

(c) Show that $f(P,T) = \dfrac{3P - 2T}{2P - 3T}$ is a homogeneous function and that, it satisfies the Eulers Theorem . $f(P,T) = \dfrac{3P - 2T}{2P - 3T}$ සමජාතීය ශ්‍රිතයක් බව සහ එය ඔයිලර් ප්‍රමේය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

(12 marks)

(6) (i) A card is drawn randomly from a deck of ordinary playing cards. You can win the game if the card is a spade or an ace. What is the probability that you will win the game?
සාමාන්‍ය කාඩ් කුට්ටමකින් කොලයක් සසම්භාවීලෙස ලබා ගන්නා ලදී. එය ඉස්කෝප්ප කොලයක් හෝ ආසියා කොලයක් වුවහොත් ඔබට දිනුම හිමිවේ. ඔබ මෙම ක්‍රීඩාවෙන් ජය ලැබීමේ සම්භාවිතාව කුමක්ද?

(ii) In a certain country, the car number plate is formed by any 3 letters from the English alphabet followed by any 4 digits from the digits 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 and 9. How many different number plates can be formed? එක්තරා රටක කාර්වල අංක තහඩු සාදා ඇත්තේ ඉංග්‍රිසි හෝඩියේ ඕනෑම අක්ෂර තුනක් සහ ඊට පසු 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 සහ 9 යන අංක අතුරෙන් ඕනෑම අකුරු 4ක් සම්බන්ධ කිරීමෙන්ය. මේ අන්දමට එකිනෙකට වෙනස් අංක තහඩු කොපමණ සෑදිය හැකිද?

(iii) A die is rolled and a coin is tossed; find the probability that the die shows an odd number and the coin shows a head. දාදු කැටයක් පෙරළන අතරතුර කාසියක්ද උඩ දමන ලදී. දාදු කැටයේ ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් සහ කාසියේ හිසක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iv) A coin is tossed 6 times. As the coin is an unbalanced one, probability of landing Head is 2/3. What is the probability that it lands on Heads exactly three times?
කාසියක් 6 වරක් උඩ දමන ලදී. කාසිය සමබර නොවන නිසා හිසක් ලැබීමේ සම්භාවිතාවය 2/3 ක් වේ. තුන්වරක් පමණක් හිස ලැබීමේ සම්භාවිතාව කොපමනද?

(32 marks)

(7) A class of 31 students provided the following data on the number of people living in their homes; the data is given below. සිසුන් 31 දෙනෙකු තම තමන්ගේ නිවාසවල වාසය කරන පුද්ගලයන් ගනන පිළිබඳ සැපයූ දත්ත පහත දක්වා ඇත.

No.of people living in a house	2	3	4	5	6	7	8	9
Frequency	3	2	8	7	5	3	2	1

With the aid of a suitable table, සුදුසු වගුවක් ආධාරයෙන්

(i) Calculate the mean number of people living in a house.
නිවසක වාසය කරන පුද්ගලයන් සංඛ්‍යාවේ මධ්‍යයන අගය ගණනය කරන්න.

(ii) Determine the median and mode of the above data.
ඉහත දැක්වෙන දත්තයන්ගේ මධ්‍යස්ථය සහ මාතය සොයන්න.

(iii) Calculate the variance of the data. දත්තවල විචලතාවය ගණනය කරන්න.

(iv) Later one new student joined the class and his data was also added to the count. But the mean of the data did not change. How many people live in his house?
පසුව පංතියට නවක ශිෂ්‍යයෙකු එකතු වූ අතර ඔහු විසින් සැපයූ දත්තද මෙයට එක් කරන ලදී. එහෙත් එවිටද දත්තයන්ගේ මධ්‍යනයෙහි වෙනසක් සිදු නොවීය. ඔහුගේ නිවසේ වාසය කරන පුද්ගලයන්ගේ ගණන කීයද?

(v) Find the variance of the revised data. සංශෝධනය කළ දත්තවල විචලතාවය සොයන්න.

(28 marks)