



THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA

B.Sc Degree Programme - Level 3

Final Examination 2012/2013

PSE3117- Mathematics for Chemistry and Biology Students

22-05- 2013

9.30 a.m - 11.30 a.m

DURATION: two (02) HOURS

No. of Questions: 8

No. of Pages: 5

Instructions: උපදෙස්: அறிவுறுத்தல்கள்:

- (1) Answer **All eight (8) Questions**; Total marks awarded = **300**
 ප්‍රශ්න සියල්ලටම (8) පිළිතුරු සපයන්න. සම්පූර්ණ ලකුණු ගණන = 300
 எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. மொத்தப் புள்ளி = 300
- (2) The marks allocated to each part of a question are indicated on the right hand side.
 ප්‍රශ්නයක යම් කොටසක් සඳහා අදාළ ලකුණු දකුණු පැත්තේ දක්වා ඇත.
 வினாவின் ஒவ்வொரு பகுதிகளுக்கும் ஒதுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் வலதுபக்கத்தில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளன.
- (3) The use of a non-programmable electronic calculator is permitted.
 ප්‍රකාශන කළ නොහැකි විද්‍යුත් ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක.
 நெறிப்படுத்தப்படாத கணனியின் உபயோகம் அனுமதிக்கப்பட்டுள்ளது.
- (4) Clearly write down all **relevant steps** in answering the questions; marks assigned are mainly based on these steps.
 පිළිතුරු ලිවීමේදී අදාළ සියළුම පියවර ලියා දක්වන්න. එක් එක් පියවර සඳහා ලකුණු වෙන් කර ඇත.
 வினாக்களுக்கு விடை எழுதும் போது, பொருத்தமான எல்லாப் படிமுறைகளையும் தெளிவாக எழுதுக. இப்படிமுறைகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு புள்ளிகள் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளன.
- (5) **Mobile phones are not allowed**; switch off and leave them outside. ජංගම දුරකථන ගෙන ඒමට අවසර නොමැත. ඒවා ක්‍රියා විරහිත කර පිටස්තර ස්ථානයක තබන්න. கையடக்கத் தொலைபேசிகள் அனுமதிக்கப்பட மாட்டாது.
 { All those scoring about 275 or more would be deemed to have scored 100%. }
 { Pro-rata marks will be awarded to others. }

- 1 (a) Simplify and express the following in the form, $a + ib$. සුළු කර $a + ib$ ආකාරයෙන් දක්වන්න. சுருக்கி $a + ib$ எனும் வடிவில் எடுத்துக்காட்டுக.

$$\left[\frac{(2-i)}{(1+i)} \right]^2 - (1-i)^2$$

(15 marks)

- (b) Given that $(2.5)^x(0.1)^y = 0.025$ and $(2.0)^x(0.1)^y = 0.02$, determine the value of x and y
 $(2.5)^x(0.1)^y = 0.025$ සහ $(2.0)^x(0.1)^y = 0.02$, බව දී ඇත් නම් x සහ y අගයන් නිර්ණය
 කරන්න.
 $(2.5)^x(0.1)^y = 0.025$ மற்றும் $(2.0)^x(0.1)^y = 0.02$ எனின் x மற்றும் y பெறுமானங்களில்
 துணிக.

(15 marks)

- 2 (a) (i) Using the information that $\log_{10}5 = 0.6990$ and your knowledge of the properties of logarithms only (**without the aid of a calculator or log tables**), evaluate the following:

$\log_{10}5 = 0.6990$ බව සහ ලඝු සංඝක පිළිබඳ ඔබේ දැනුම පමණක් භාවිතාකර (ලඝු සංඝක
 වක්‍ර හෝ ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා නොකර) පහත දැක්වෙන දෑ අගයන්න.

$\log_{10}5 = 0.6990$ என்பதைப் பயன்படுத்தியும் மடக்கை இயல்புகள் பற்றிய உமது
 அறிவை மாத்திரம் பயன்படுத்தியும் (கணிப்பான அல்லது மடக்கை அட்டவணையின்
 பயன்பாடின்றி) பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக.

$$\frac{[\log_2 5] \log_8 64}{\log_3 \sqrt{81}} - \frac{1}{3} [\log_{25} 125]^2$$

- (ii) Show that $N! = \left(\frac{N}{e}\right)^N$ given that $\ln N! = N \ln N - N$,

$\ln N! = N \ln N - N$, எனின் $N! = \left(\frac{N}{e}\right)^N$ எனக் காட்டுக.

$\ln N! = N \ln N - N$ නම් $N! = \left(\frac{N}{e}\right)^N$ බව පෙන්වන්න.

(34 marks)

- (b) (i) Prove that $\sin(A+B) \cdot \sin(A-B) = \cos^2 B - \cos^2 A$ බව සාධනය කරන්න.

என நிரூபித்துக் காட்டுக.

- (ii) Prove that $\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \sec x + \tan x$ බව සාධනය කරන්න.

என நிரூபித்துக் காட்டுக.

(12 marks)

- 3 Find the first differential of the following functions: පහත දැක්වෙන ශ්‍රිතවල ප්‍රථම
 අවකලය සොයන්න. பின்வரும் சார்புகளின் முதலாவது வகையீட்டைக் காண்க.

(i) $y = (x^2 - x + 3)^4$ (ii) $y = \frac{x^2 - 1}{2 - x}$ (iii) $y = \sec 2x$

(iv) $u = x^2 \ln(1-x)$

(36 marks)

4. (a) Integrate the following: පහත දැක්වෙන දෑ අනුකලනය කරන්න. பின்வருவனவற்றைத் தொகையிடுக.

$$(i) \int (3 - 2\sqrt{x} + 5x^{-2}) dx \quad (ii) \int \frac{x+1}{(x-1)(x+3)} dx \quad (iii) \int \frac{\sin \theta}{2 \cos \theta - 1} d\theta$$

(30 marks)

- (b) Given that $\frac{dx}{dt} = k(1-x)^2$, where k is a constant, and that at $t = 0$, $x = 0$, determine the relationship between x and t, expressing t in the form $t = f(x)$.

$\frac{dy}{dx} = k(1-x)^2$ බව දී ඇත. එහි k නියතයක් වන අතර $t = 0$, වන විට $x = 0$, වේ. x සහ t අතර සම්බන්ධතාවය නිර්ණය කර $t = f(x)$ ආකාරයෙන් දක්වන්න.

$\frac{dy}{dx} = k(1-x)^2$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. இங்கு k மாறிலியாகும். அத்துடன் $t = 0$, ஆகும் போது $x = 0$, ஆகும். x இற்கும் t இற்கும் இடையேயான தொடர்புடைமையை $t = f(x)$ வடிவில் t இனை எடுத்துக்காட்டுக.

(15 marks)

5. The gradient of a curve (of the form $y = f(x)$) is given as $\frac{dy}{dx} = 6x(x-1)$.

The point (2,0) lies on this curve. $y = f(x)$ ආකාරයේ වක්‍රයක අනුක්‍රමණය

$\frac{dy}{dx} = 6x(x-1)$ ලෙස දී ඇත. (2,0) ලක්ෂ්‍යය වක්‍රය මත පිහිටා ඇත.

ஒரு வளையியின் படித்திறன் ($y = f(x)$) வடிவில் $\frac{dy}{dx} = 6x(x-1)$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. (2,0) எனும் புள்ளி இவ்வளையியில் உள்ளன.

- (i) Deduce the equation of this curve. මෙම වක්‍රයේ සමීකරණය අපේක්‍ෂනය කරන්න.

இவ்வளையியின் சமன்பாட்டை உய்த்தறிக.

- (ii) Determine its turning points. එහි වර්තන ලක්ෂ්‍ය නිර්ණය කරන්න. அதன் திரும்பற் புள்ளிகளைத் துணிக.

(15marks)

- 6 (a) Show that the following equation is an exact differential equation.

පහත දැක්වෙන ශ්‍රිතය සපිරි අවකලන සමීකරණයක් බව පෙන්වන්න.

பின்வரும் சமன்பாடு ஒரு செப்பமான (Exact) வகையீட்டுச் சமன்பாடு எனக் காட்டுக.

$$\left(\frac{1}{P} - \frac{P}{V^2}\right)dV + \left(\frac{1}{V} - \frac{V}{P^2}\right)dP = 0 \quad (12 \text{ marks})$$

(b) Consider the function, $f(x, y, z) = M = \frac{x-y}{\sqrt{z}}$ යන ශ්‍රිතය සලකා බලන්න./සාර்பිணைக்

கருத்திற்கொள்க.

$$\text{Show that } \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial M}{\partial x} \right) \right]_{z,y} \Big|_{x,y} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial M}{\partial z} \right) \right]_{x,y} \Big|_{z,y} \text{ බව පෙන්වන්න. / எனக் காட்டுக.}$$

(16 marks)

7.(a) Given $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ and $x_3 = -1$, find the values of

(i) $\sum_1^3 (x_i - 2)^2$ (ii) $\sum_1^3 (x_i - 1)(x_i + 2)$

$x_1 = 2$, $x_2 = 3$ $x_3 = -1$ බව දී ඇත්නම් පහත දක්වා ඇති දැනී අගයන් සොයන්න.
எனின், கீழே தரப்பட்டுள்ளவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $\sum_1^3 (x_i - 2)^2$ (ii) $\sum_1^3 (x_i - 1)(x_i + 2)$

(10 marks)

(b) Group the 25 scores listed below into equal intervals with the lowest interval from 33 to 41. having a class mark 37. පහත දක්වා ඇති ලකුණු පන්ති ලකුණ 37 සහ අඩුතම

පන්තිය 33 - 41 වන පරිදි සමාන ප්‍රාන්තරවලට සමූහගත කරන්න.

கீழே தரப்பட்டுள்ள புள்ளிகளின் வகுப்பு குறி 37 ஆகவும், கீழ் வகுப்பு ஆயிடை 33-41 எனவும் சமமான வகுப்பிடையில் கூட்டமாக்குக.

Scores are 83,87,83,76,81,72,71,69,66,46,35,62,63,55,56,56,44,40,37,42,41,50,61,66,65

(i) Construct the frequency table. සංඛ්‍යාත වගුව ගොඩනගන්න. மீடறன் அட்டவணையை நிர்மாணிக்க.

(ii) Calculate the mean. මධ්‍යය ගණනය කරන්න. இடையைக் கணிக்க

(30 Marks)

(c) The mean salary paid to 10 employees of a factory was found to be Rs20000/=

Later it was found that the wages of two employees were wrongly taken as

Rs10000/= and Rs 15000/= instead of Rs10500/= and Rs 20500/=. Find the correct mean salary of employees in the factory.

කර්මාන්තශාලාවක සේවකයන් 10 කගේ වැටුප් වල මධ්‍යයන අගය රු20000/= විය.

එහෙත් වැරදීමකින් සේවකයන් දෙදෙනෙකුගේ වැටුප් රු10000/= සහ රු 15000/= ලෙස සලකා ඇති බවද ඔවුන්ගේ නිවැරදි වැටුප් වන්නේ රු10500/= සහ රු20500/= බවද පසුව සොයාගන්නා ලදී. කර්මාන්තශාලාවේ සේවකයන්ගේ වැටුප්වල නිවැරදි මධ්‍යයනය සොයන්න.

தொழிற்சாலை ஒன்றின் 10 ஊழியர்களுக்கு வழங்கப்பட்ட சம்பளத்தின் சராசரி ரூ.20000/- அங்கு சேவை புரியும் இரு ஊழியர்களின் சம்பளம் ரூ.10500/- இற்கும் ரூ.20500/- இற்கும் பதிலாக ரூ.10000/- உம் ரூ.15000/- உம் தவறுதலாக வழங்கப்பட்டுள்ளதாகக் கண்டுபிடிக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தொழிற்சாலையில் உள்ள ஊழியர்களின் சரியான சராசரி சம்பளத்தைக் காண்க.

(10 marks)

8 (a) A die is tossed .The following table lists the six numbers and the frequencies with which each number appeared. දාළ කැටයක් වීසිකරන ලදී එහි සදහන් අංක සහ ඒවා දර්ශනය වූ වාර ගනන පහත වගුවේ දක්වා ඇත. තායක්කද්දා ඉණ්ණු ආරියාප්ප්ටුණ්ණු. ඉව්වොරු ආණ්ණුම තොණ්ණුම ආොතු මීදිරණ්ණුම ආණ්ණු ආණ්ණුම පිණ්ණුම ආද්දවණ්ණුම පද්දියර්පද්ද්ප්ටුණ්ණු.

Number	1	2	3	4	5	6
frequency	14	17	20	18	15	16

Find the probability of the event පහත දැක්වෙන සම්භාවිතාවයන් සොයන්න. ඉස්සම්පවත්තිණ්ණු නිකුත්තවක් කාණ්ණු.

(i) a 4 appears. 4 දර්ශණය වීම 4 තොණ්ණුතල්.

(ii) an even number appears. ඉරටටෙ සංඛ්ඛාවක් දර්ශණය වීම ඉරද්දා ආණ්ණු තොණ්ණුතල්

(20 marks)

(b) A ferry which holds **ten people** carries a party of 13 men and 7 women across a river. Find the number of ways in which the party may be taken across if all women go in the first trip.

10 දෙනෙකුට ගමන් කළ හැකි පාලම්පාරුවකින් මිනිසුන් 13 ක් සහ ගැහැණුන් 7 දෙනෙකු ගමනින් එතෙර කළ යුතුය. පළමුවන ගමනේදී ගැහැණුන් සියළුමදෙනාම එතෙර වන පරිදි කොපමණ ආකාරයට තේරීමකර මෙම කණ්ඩායම එතෙර කළ හැකිදැයි සොයන්න.

10 ආර් සෙල්ලකුදිය පාතෙය්ම 13 ආණ්ණුම 7 පෙණ්ණුම ආණ්ණුම කද්දනණ්ණු. ආුතල් ආණ්ණුම ආණ්ණුම පෙණ්ණුම කද්දනු සෙල්වාර්කණ්ණුම, ඉකුණ්ණුම කද්දනු සෙල්ලකුදිය වැඩිආණ්ණුම ආණ්ණුම කෙණ්ණුම කෙණ්ණුම කාණ්ණු.

(10 marks)

(c) Two machines A and B produce respectively 60% and 40% of the items produced in a factory. The percentage of defective output of these machines are respectively 3% and 5%. If an item is selected at random calculate the probability that the item is defective.

කර්මාන්තශාලාවක A සහ B යන්ත්ර දෙකකින් පිළිවෙලින් 60% ක සහ 40% ක භාණ්ඩ ප්‍රමාණයක් නිෂ්පාදනය කරනු ලබයි. මේ යන්ත්‍රවලින් දෝශ සහිත භාණ්ඩ නිෂ්පාදනය වන ප්‍රතිශතයන් පිළිවෙලින් 3% සහ 5% කි. අහඹු ලෙස තෝරාගත් භාණ්ඩයක් දෝෂ සහිත වීමේ සම්භාවිතාවය ගණනය කරන්න.

තොමුණ්ණුම ආණ්ණුම A, B ආණ්ණුම ඉයණ්ණුම ආණ්ණුම 60% ආණ්ණුම 40% ආණ්ණුම ආණ්ණුම පොරුදකණ්ණුම ආණ්ණුම සෙණ්ණුම. ඉප්පොණ්ණුම කුණ්ණුම ආණ්ණුම ප්‍රමාණය 3% ආණ්ණුම 5% ආණ්ණුම ආණ්ණුම. ආණ්ණුම ආණ්ණුම තෙණ්ණුම සෙණ්ණුම ආණ්ණුම කුණ්ණුම ආණ්ණුම ආණ්ණුම ආණ්ණුම කුණ්ණුම.

(20 marks)