

THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA



B.Sc Degree Programme - Level 3

Final Examination 2015/2016 - Duration 2 h (Two hours)

PSE3117- Mathematics for Chemistry and Biology Students

DATE - 08 January 2017

TIME- 1.30 p.m – 3.30 p.m

No. of Questions: 8

No. of Pages: 6

Instructions:

- Answer all eight (8) Questions; Total marks awarded = 332
மொத்த பூர்வை பூர்வங்கள் 8 க்கு ஆகு. சில்லற்று எண்ண 332 கி. 8 வினாக்களிற்கும் விடையளிக்குக; அளிக்கப்பட்டமாத்தப் புள்ளிகள் = 332
 - All those scoring 300 or more would be deemed to have scored 100%; pro rata marks will be awarded to other candidates.
சியலும் பூர்வங்களுடைய சூப்பீமேல் மூன்றாவது எண்ண கரன்ன. எந்தெந்த 300 க்கு மேற்கொண்ட பூர்வங்களுக்கு 100% என்று கீழே கொடுக்கப்படுகிறது. அதை அடிக்கால சமாநபாதிக்கவிட வேண்டும்.
 - 300 அல்லது இதற்குமேற்பட்டபுள்ளிகள் பெற்றானவரும் 100%புள்ளிகள் பெற்றதாகக் கருதப்படுவார். ஏனைய பரீட்சார்த்திகளுக்குசார்புவீதபுள்ளிகள் வழங்கப்படும்.
 - The use of a non-programmable electronic calculator is permitted. பூனையை கலை நோகைக் கருத்து கொடுக்க வேண்டும்.

நெறிப்படுத்தப்படாதகணிப்பியின்பயன்பாடு அனுமதிக்கப்பட்டுள்ளது.

 - Write down all **relevant steps** and simplify your answer/s பிலினூரை சூப்பீமேலீடு அடிக்கல் சியலும் பொறுத்து வேண்டும். தொடர்பான அனைத்துபடிகளையும் தந்துவிடையை/விடைகளைச் சுருக்குக.
 - **Mobiles phones are not allowed;** switch off and leave them outside சுற்று மூடுகிறீர்கள் கரன்ன. சீலா கூடுதலாக நோகைகளைக் கொடுக்க வேண்டும்.

***Use of calculators for integrations/differentiations etc. are strictly prohibited.

අවකලනය/ප්‍රතිකලනය සඳහා සනක යන්ත්‍ර භාවිතා කිරීම සම්පූර්ණයෙන්ම තහනම්.

தொகையிடு/வகையிடுபோன்றவற்றிற்குக்கணிப்பியின்பயன்பாடுகளுக்கும் கடைசெய்யப்பட்டுள்ளது.

1. (a) Simplify and express the following in the form, $a + ib$.

පහත ප්‍රකාශනය $a + ib$ ප්‍රකාශනයට සුල් කරන්න.

பின்வரும் அமைப்பை எனிமையாக்கி வெளிப்படுத்துக, $a + ib$.

$$(i) \frac{(2+i)^2}{(2-i)} + 2i(1-i)^2$$

- (ii) Given that $3 - 4i = \sqrt{a + ib}$, (where both a and b are real numbers). Determine the value/s of a and b

$3 - 4i = \sqrt{a+ib}$ යයි දී ඇති විට (මෙහි a හා b යනු තාත්වික සංඛය (real numbers) නම් a හා b වල අගය නිර්ණය කරන්න.

$3 - 4i = \sqrt{a + ib}$, எனத் தரப்பட்டுள்ளது. (a மற்றும் b ஆகியனமெய் எண்கள்). a மற்றும் b யின் பெறுமதியைச் சொல்லக் கூடும்.

(32 marks)

$$(b) \left(2y^2 - \frac{1}{y^2}\right)^4$$

Simplify using the method of binomial expansion and identify the term independent of y in the above expression.

දුව්පද ප්‍රකාරණය අදාළ බඩිනොමියල් කිද්ධාන්තය (Binomial Theorem) අනුව ප්‍රකාරණය කරන්න. එයේන් y අඩංගු නොවන පදය හඳුනා ගන්න.

ஈருறப்புவிரவுமுறையைப் பயன்படுத்தினிமைப்படுத்தி, மேலேதரப்பட்டவெளிப்பாட்டில் *y* இல் தங்கியிருக்காதபதத்தினைஇனங்காண்க.

(12 marks)

2. (a) Solve for x / x கட்டு வீக்கட்டுங்கள்./ x ஜித்தீர்க்குகள்

$$(i) \quad 225(x-1)^2 - 64 = 0$$

$$(ii) [\log_{10}x]^2 - 2\log_{10}x + 1 = 0$$

(16 mark)

- (b) (i) Find the value of θ ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$) that satisfies the equation ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$) that satisfies the equation $2 \cos 2\theta + 4 \sin \theta - 3 = 0$

$$2 \cos 2\theta + 4 \sin \theta - 3 = 0$$

අගය කොයන්න.

10.000 10.000 10.000 10.000 10.000 10.000 10.000 10.000 10.000 10.000

E-665-20 7.5M16-1-1

(ii) Given that $\sin 2\theta = a$, evaluate the value of $\sin \theta + \cos \theta$ and $\sin \theta \cdot \cos \theta$ in terms of a

$\sin 2\theta = a$ யை டி அதி விட தீர்வு செய்ய விடும்.

$\sin 2\theta = a$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது, $\sin \theta + \cos \theta$ மற்றும் $\sin \theta \cdot \cos \theta$ இன் பெறுமதியை கணக்காக மதிப்பிடுக.

தொடர்பாகமதிப்பிடுக.

(24 marks)

(c) Without the aid of a calculator or log tables, evaluate the following:

கணக்கை செய்து கொண்டு நோக்க வேண்டும் என்றால் கணக்கை கொடுக்க.

கணிப்பானினதோமடக்கை அட்டவணையினதோதுணையின்றி, பின்வருவதை மதிப்பிடுக.

$$\frac{[\log_2 5][\log_4 64]}{\log_2 125} - \frac{1}{3} [\log_5 4]^2 [\log_2 (25^2)] \log_2 \left(\frac{1}{5} \right)$$

(16 marks)

3. (a) Determine the first differential of the following functions:

பக்க ஒதுக்கை அடிப்படையில் அமைக்கப்படுகிறது.

பின்வரும் செயற்பாடுகளில் முதலாம் வகையீட்டை கணக்காக மதிப்பிடுக.

$$(i) \quad u = (2-3x)^7$$

$$(ii) \quad y = \frac{1-x^2}{1+2x}$$

$$(iii) \quad y = \cos 2\theta \cdot \cos 3\theta$$

$$(iv) \quad y = \ln \left(\frac{2}{3x} \right)^2$$

(32 marks)

4. (a) Integrate; பக்க ஒதுக்கை அடிப்படையில் கணக்கையிடுக:

$$(i) \quad \int \frac{1}{(2-x)^2} dx$$

$$(ii) \quad \int x e^{-2x} dx$$

$$(iii) \quad \int \sin 3\theta \cdot \cos 3\theta d\theta$$

$$(iv) \quad \int \frac{2x-3}{(x-1)(x-2)} dx$$

(32 marks)

$$(b) \text{ Evaluate/அதை கணக்காக மதிப்பிடுக } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4} \cos^2 \theta d\theta$$

(12 marks)

5. (a) The function $y = \frac{2}{3}x^3 + ax^2 + bx + 1$ (where a and b are arbitrary constants) has two

turning/stationary points, one of which is at $(-1, \frac{11}{6})$

$y = \frac{2}{3}x^3 + ax^2 + bx + 1$ யன இதை (a க்கு b யனு கிடை அடிலே.) வர்தன முகம் எடுக்க

பாதி. பின்னும் ஒன்றை (-1, $\frac{11}{6}$) நமி

$y = \frac{2}{3}x^3 + ax^2 + bx + 1$ எனும் செயற்பாடு (a மற்றும் b ஆகியனதன்னிச்சையானமாறிலிகள்)

இரண்டுதிருப்பு/நிலையானபுள்ளிகளைக் கொண்டுள்ளது. அவற்றில் ஒன்று $(-1, \frac{11}{6})$ இல் உள்ளது.

- (i) Determine the value of a and b . / a கு b கு அதை திருப்புக்க கர்ந்து./a மற்றும் b யின் பெறுமதியைத் தீர்மானிக்க
- (ii) Determine the x-coordinate of the other turning point./அனைக் கீழ்க்கண்ட முகம் எனும் செயற்பாட்டைக் கருதுக.

(24 marks)

6. (a) Consider the function, அதை இதை கலக்கு.

$$M = f(x, y, z) = \frac{yx^2 - xy^2}{\sqrt{z}}$$

$$M = f(x, y, z) = \frac{yx^2 - xy^2}{\sqrt{z}} \text{ எனும் செயற்பாட்டைக் கருதுக.}$$

- (i) Determine $\left(\frac{\partial M}{\partial y} \right)_{z,x}$, the first partial differential of M with respect to y

M கு y கு அப்போக்கு அவ்வகையாக $\left(\frac{\partial M}{\partial y} \right)_{z,x}$ திருப்புக்க கர்ந்து.

ஏசார்பாக M இன் முதலாம் பகுதிவகையீட்டைத் தீர்மானிக்க.

- (ii) Show that $\left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial M}{\partial x} \right)_{z,y} \right]_{x,y} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial M}{\partial z} \right)_{x,y} \right]_{z,y}$

$$\text{ലിംഗിക്സ്} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial M}{\partial x} \right)_{z,y} \right]_{x,y} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial M}{\partial z} \right)_{x,y} \right]_{z,y} \text{ ഇവ പെൻഡൽസ്.}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial M}{\partial x} \right)_{z,y} \right]_{x,y} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial M}{\partial z} \right)_{x,y} \right]_{z,y} \quad \text{எனக் காட்டுக$$

- (i) Show that it is homogeneous and that, it satisfies the Eulers Theorem.

ଓହନ କ୍ରିଯେ କମତାନିଯ କେନ୍ଦ୍ରରେ ଏବଂ ପେନ୍‌ଲିଙ୍ଗରେ କିମ୍ବାନିଯ ନାମରେ କରନ ଏବଂ
ପେନ୍‌ଲିଙ୍ଗରେ.

அகுஏகவினமானதுமற்றும் Eulers தேற்றத்தினைத் திருப்திப்படுத்துகிறது எனக் காட்டுக.

(36 marks)

7. A bag contains 3 RED coloured toffees and 2 ORANGE coloured toffees (of same size and shape). Ajith and Nimal picks one toffee each randomly. (without replacement) ඔබගයක් තුළ (එක සමාන ප්‍රමාණයේ හා හඳුනු ඇති) රතුපාට වෙති 3 ක් ද තැකිලිපාට වෙති 2 ක් ද අඩු-ගු වේ. (නැවත එක් නොකරනී) එයින් අනුතු ලෙස අපින් සහ නිමල් එක වෙරිය බැඳීන් ගනු ලැබේ.

ஒருபை, 3 சிவப்புநிறடொபிமற்றும் 2 செஞ்சிவப்புநிறடொபி (ஒத்தாளனவுமற்றும் வடிவம் உடையன) களைக் கொண்டுள்ளது. அஜித் மற்றும் நிமல் ஆகியவர்களும் தலாஒருடொபியினைமுழுந்தாகளடுக்கின்றனர்.(பிரதியிடுங்கி)

- (a) Calculate; ගණනය කරන්න. කணිප්පිලුකා

- i) the probability of both of them taking the same coloured toffees.
දෙදෙනාටම එකම වර්ණයේ වොල ලබාමේ කිහිවාවය
இருவரும் ஒரேநிறதொப்பியினைபுபதற்கானநிகழ்த்தகவு
 - ii) the probability of both of them taking RED coloured toffees. දෙ
වොල ලබාමේகිහිවාවயஅவர்கள் இருவரும்
சிவப்புநிறதொப்பியினைபுபதற்கானாற்காலிக்கு

(12 marks)

- (b) "Both Ajith and Nimal have high chance of taking different colored toffees than taking the same colored toffees." Is this statement correct? Explain your answer.

ଅନ୍ତର୍ଜାଲ କାମକାଳୀଙ୍ଗ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ?

“අපින් සහ නිමල් යන දෙදෙනාටම වෙනත් වර්ණ වෙළු ලැබීමේ සම්භාවිතාවය, එකම වර්ණයේ වෙළු ලැබීමේ සම්භාවිතාවයට වඩා වැඩි බව” ඕනෑම පිළිනුර හේතු සකිනව පැහැදිලි කරන්න.

அஜித் மற்றும் நிமல் ஆகிய

“இருவருக்குமேழுரேநிற்டொபிக்களைடுப்பதற்கானவாய்ப்பினைவிடவென்வேறுநிற்டொபிக்களைடுப்பதற்கானவாய்ப்புஅதிகம்.” இக் கூற்றுச்சரியானதா? உங்கள் விடையைவிளக்குக. (12 marks)

(12 marks)

- (c) A ball is drawn at random from a box containing 15 balls numbered from 1 to 15 and the number, n , recorded./1 සිට 15 දක්වා අංකය කරන ලද බෝලු පහලෙවක් සහිත පෙටීයකින් අනුතු ලෙස බෝලයක් ගැනීමේ ද /1 තොතක්කම් 15 බව මූල්‍ය නිශ්චිත යුතු නො ඇත. මෙය ප්‍රතිච්‍රිත නො ඇත.

If n is an even number, determine the probability that n exceeds 5.

ආකා න ඉරවීමේ සංඛ්‍යාවක් විම හා න හි පැය 5 ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ලබාමේ සම්භාවනාවය

ந ஆனதுஒரு இரட்டைஎண் ஆயின்; n ஆனது 5 இனைத் தாண்டக்கூடியாறிகழித்தகவினைத் தீர்மானிக்க

(20 marks)

8. The following set of marks is the mathematics scores of 21 A'L students.

අ:පො:ස: උසස් පෙළ ප්‍රමුණ් 21 කුගේ ගතිත ලකුණු පහත දී ඇත.

பின்வரும் தொகுதிபுள்ளிகள் 21 A'மாணவர்களின் கணிதப் புள்ளிகளாகும்.

50, 51, 48, 55, 54, 56, 55, 50, 58, 60, 54, 55, 49, 51, 61, 59, 52, 57, 51, 56, 59

- (a) Determine /கிருஷ்ண கருணா/தீர்மானிக்க

(12 marks)

- (b) Group the data into intervals of equal class width such that the first class interval should be 47.5 – 50.5, and prepare the frequency table accordingly.

இதன் கீழ்த்தின் அலம் பகுதி பூந்தரை $47.5 - 50.5$ மேட்டு வெளி பகுதி ஆப்புத்தரவிலிருந்து வேறு கிடர்ன்து.

தரவுகளைச் சுமாகலவுக்குப்பு இடைவெளியில், முதல் வகுப்பு இடைவெளி 47.5 – 50.5 ஆக அமையும் வகையில் கூட்டப்படுத்துக. அத்துடன் உரிய அளவில் வெண்ண அட்டவணையைத் தயாரிக்குக.

Based on the above table, calculate the following/ഉള്ള ലിഖിത അനുവ പരിഹ ദിഃ ഗമ്പണിയ കര്ത്തൻ. ആട്ടവണ്ണപ്പിന് ആദിപ്പത്തെല്ല, പിന്വരുവൻവർത്തനക് കണിക്ക.