

THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA

B.Sc Degree Programme - Level 3

Final Examination 2015/2016 - Duration 2 h (Two hours)

PSE3117- Mathematics for Chemistry and Biology Students



DATE - 08 January 2017

TIME- 1.30 p.m – 3.30 p.m

No. of Questions: 8

No. of Pages: 6

**Instructions:**

- Answer all eight (8) Questions; Total marks awarded = 332  
මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 8 ක් ඇත. සම්පූර්ණ ලකුණු ගණන 332 කි.  
8 வினாக்களிற்கும் விடையளிக்குக; அளிக்கப்பட்டமொத்தப் புள்ளிகள் = 332
- All those scoring 300 or more would be deemed to have scored 100%; pro rata marks will be awarded to other candidates.  
සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කරන්න. ලකුණු 300 ක් පමණ ලබාගන්නා සිසුන්ට 100% ලකුණු හිමිවනු ඇත. අනෙකුත් සිසුන් සඳහා සමානුපාතිකව ලකුණු ප්‍රදානය කරනු ලැබේ.  
300 அல்லது இதற்குமேற்பட்டபுள்ளிகள் பெற்றஅனைவரும் 100%புள்ளிகள் பெற்றதாகக் கருதப்படுவர். ஏனைய பரீட்சார்த்திகளுக்குசார்புவீதபுள்ளிகள் வழங்கப்படும்.
- The use of a non-programmable electronic calculator is permitted. ප්‍රක්‍රමණය කළ නොහැකි ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක.  
நெறிப்படுத்தப்படாதகணிப்பியின்பயன்பாடுஅனுமதிக்கப்பட்டுள்ளது.
- Write down all relevant steps and simplify your answer/s පිළිතුරු සැපයීමේදී අදාළ සියලුම පියවර පැහැදිලිව ලියන්න. தொடர்பானஅனைத்துபடிකளையும் தந்துவிடையை/விடைகளைச் சுருக்குக.
- Mobiles phones are not allowed; switch off and leave them outside ජංගම දුරකථන ක්‍රියාවිරහිත කරන්න. ඒවා ලග කබා නොගන්න.  
கையடக்கத் தொலைபேசிகள் அனுமதிக்கப்படமாட்டா;நிறுத்திவெளியில் வைத்துவிடவும்.

\*\*\*Use of calculators for integrations/differentiations etc. are strictly prohibited.

අවකලනය/අනුකලනය සඳහා සහක යන්ත්‍ර භාවිතා කිරීම සම්පූර්ණයෙන්ම තහනම්.

தொகையீடு/வகையீடுபோன்றவற்றிற்குகணிப்பியின்பயன்பாடுகண்டிப்பாகத் தடைசெய்யப்பட்டுள்ளது.

1. (a) Simplify and express the following in the form,  $a + ib$ .

சகல சூகாவகை  $a + ib$  ஈகாரகக சூகி கர்க்கை.

பின்வகும் அமைப்பைளகைமையாக்கிவெளிப்பகுதுக,  $a + ib$ .

(i)  $\frac{(2+i)^2}{(2-i)} + 2i(1-i)^2$

(ii) Given that  $3 - 4i = \sqrt{a + ib}$ , (where both  $a$  and  $b$  are real numbers). Determine the value/s of  $a$  and  $b$

$3 - 4i = \sqrt{a + ib}$  ககி டு ஈகை விச (ககி  $a$  க  $b$  கக வகைலக கககை (real numbers)

ககி  $a$  க  $b$  வக அகை கிர்சுை கர்க்கை.

$3 - 4i = \sqrt{a + ib}$ , எனத் தரப்பக்டுள்ளது. (அமற்றும்  $b$  ஆகியனமெய் எண்கள்). அமற்றும்  $b$  யின் பெறுமதியைதீர்மானிக்க.

(32 marks)

(b)  $\left(2y^2 - \frac{1}{y^2}\right)^4$

Simplify using the method of binomial expansion and identify the term independent of  $y$  in the above expression.

டீவிசக சூகாரசுை ஈகால ககிசகைலக ககிர்சுை (Binomial Theorem) ஈகுவ சூகாரசுை கர்க்கை. சிசகி  $y$  ஈகிசு ககைலக சககை கககை கககை.

ஈருறுப்புவிரிவுமுறையைப் பயன்பக்டுத்திளகைமைப்பக்டுத்தி, மேலகைதரப்பட்டவெளிப்பாட்டில்  $y$  இல் தங்கியிருக்காதபகத்தினை இனங்ககண்க.

(12 marks)

2. (a) Solve for  $x$  /  $x$  கககை விசகககை /  $x$  ஈகத்தீர்க்குக

(i)  $225(x-1)^2 - 64 = 0$

(ii)  $[\log_{10}x]^2 - 2\log_{10}x + 1 = 0$

(16 mark)

(b) (i) Find the value of  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 360$ ) that satisfies the equation ( $0 \leq \theta \leq 360$ ) that satisfies the equation  $2 \cos 2\theta + 4 \sin\theta - 3 = 0$

$2 \cos 2\theta + 4 \sin\theta - 3 = 0$  சூகாவகை  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 360$ ) ஈகர் சரககை கக வகைலக கர்க்கை வு  $\theta$  ஈகை ககைலக.

ஈமன்பாட்டகைத் திருப்பிப்பக்டுத்தும்  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 360$ ) இன் பெறுமதியைககணிக்க.

$$2 \cos 2\theta + 4 \sin\theta - 3 = 0$$

(ii) Given that  $\sin 2\theta = a$ , evaluate the value of  $\sin\theta + \cos\theta$  and  $\sin\theta \cdot \cos\theta$  in terms of  $a$

$\sin 2\theta = a$  යයි දී ඇති විට  $\sin\theta + \cos\theta$  හා  $\sin\theta \cdot \cos\theta$  වල අගය  $a$  ඇසුරින් සොයන්න.  
 $\sin 2\theta = a$  எனத் தரப்பட்டுள்ளது,  $\sin\theta + \cos\theta$  மற்றும்  $\sin\theta \cdot \cos\theta$  இன் பெறுமதியை  $a$  தொடர்பாக மதிப்பிடுக.

(24 marks)

(c) Without the aid of a calculator or log tables, evaluate the following:  
 கணக යන්ත්‍ර හෝ ලඝු ගණක භෞත් කවීතා භෞකර ගණනය කරන්න.

கணிப்பானினதோ, மடக்கை அட்டவணையினதோ துணையின்றி, பின்வருவதை மதிப்பிடுக.

$$\frac{[\log_2 5][\log_4 64]}{\log_2 125} - \frac{1}{3}[\log_5 4]^2 [\log_2 (25^2)] \log_2 \left(\frac{1}{5}\right)$$

(16 marks)

3. (a) Determine the first differential of the following functions:

අනෙ ඉහළළු අවකලනය තීරණය කරන්න.

பின்வரும் செயற்பாடுகளில் முதலாம் வகையீட்டினை தீர்மானிக்க.

(i)  $u = (2-3x)^7$

(ii)  $y = \frac{1-x^2}{1+2x}$

(iii)  $y = \cos 2\theta \cdot \cos 3\theta$

(iv)  $y = \ln\left(\frac{2}{3x}\right)^2$

(32 marks)

4. (a) Integrate; අනෙ ඉහ අනුකලනය කරන්න. தொகையிடுக:

(i)  $\int \frac{1}{(2-x)^2} dx$

(ii)  $\int x e^{-2x} dx$

(iii)  $\int \sin 3\theta \cdot \cos 3\theta \cdot d\theta$

(iv)  $\int \frac{2x-3}{(x-1)(x-2)} dx$

(32 marks)

(b) Evaluate/අගයන්න. /மதிப்பிடுக  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4} \cos^2 \theta d\theta$

(12 marks)

5. (a) The function  $y = \frac{2}{3}x^3 + ax^2 + bx + 1$  (where  $a$  and  $b$  are arbitrary constants) has two turning/stationary points, one of which is at  $(-1, \frac{11}{6})$

$y = \frac{2}{3}x^3 + ax^2 + bx + 1$  යන ශ්‍රිතයේ ( $a$  සහ  $b$  යනු නිශ්චල පදවේ.) වර්තන ලක්ෂ්‍ය දෙකක් පවතී. එයින් එකක ඛණ්ඩාංක  $(-1, \frac{11}{6})$  නම්

$y = \frac{2}{3}x^3 + ax^2 + bx + 1$  எனும் செயற்பாடு ( $a$  மற்றும்  $b$  ஆகியன தன்னிச்சையான மாறிலிகள்)

இரண்டு திருப்பு/நிலையான புள்ளிகளைக் கொண்டுள்ளது. அவற்றில் ஒன்று  $(-1, \frac{11}{6})$  இல் உள்ளது.

- (i) Determine the value of  $a$  and  $b$ . /  $a$  හා  $b$  හි අගය තීරණය කරන්න./  $a$  மற்றும்  $b$  யின் பெறுமதியை தீர்மானிக்க
- (ii) Determine the  $x$ -coordinate of the other turning point./ අනෙක් වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ  $x$  ඛණ්ඩාංකය සොයන්න./ அடுத்த திருப்புப் புள்ளியின்  $x$ -அச்சினை தீர்மானிக்க.

(24 marks)

6. (a) Consider the function, පහත ශ්‍රිතය සලකන්න.

$$M = f(x, y, z) = \frac{yx^2 - xy^2}{\sqrt{z}}$$

$M = f(x, y, z) = \frac{yx^2 - xy^2}{\sqrt{z}}$  எனும் செயற்பாட்டைக் கருதுக.

- (i) Determine  $\left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_{z,x}$ , the first partial differential of  $M$  with respect to  $y$

$M$  හි  $y$  ට සාපේක්ෂ අවකලය  $\left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_{z,x}$  තීරණය කරන්න.

$y$  සාර්ථක  $M$  இன் முதலாம் பகுதி வகையீட்டை தீர்மானிக்க.

- (ii) Show that  $\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)\right]_{z,y} = \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial M}{\partial z}\right)\right]_{x,y}$



(c) A ball is drawn at random from a box containing 15 balls numbered from 1 to 15 and the number,  $n$ , recorded. / 1 க்கு 15 எண்ணிக்கையிலான கிரேட்டுகள் உள்ள பெட்டியில் ஒரு கிரேட்டு எடுக்கப்பட்டு அதன் எண்ணிக்கை,  $n$ , பதிவு செய்யப்பட்டது.

(i) Determine the probability that  $n$  exceeds 10 /  $n$  10 ஐ விட அதிகமாக இருக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு என்ன? /  $n$  ஆனது 10 இதைத் தாண்டக்கூடிய நிகழ்தகவு என்ன?

If  $n$  is an even number, determine the probability that  $n$  exceeds 5.

ஏனெனில்  $n$  ஒரு இரட்டை எண்,  $n$  5 ஐ விட அதிகமாக இருக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு என்ன?

$n$  ஆனது ஒரு இரட்டை எண் ஆயின்,  $n$  ஆனது 5 இதைத் தாண்டக்கூடிய நிகழ்தகவு என்ன?

(20 marks)

8. The following set of marks is the mathematics scores of 21 A'L students.

பின்வரும் தொகுதி புள்ளிகள் 21 A'L மாணவர்களின் கணிதப் புள்ளிகளாகும்.

50, 51, 48, 55, 54, 56, 55, 50, 58, 60, 54, 55, 49, 51, 61, 59, 52, 57, 51, 56, 59

(a) Determine / கீழ்க்கண்டவற்றை கணிக்க

(i) Median / மையக் கோடு / மீட்டர்

(ii) Mode / மாதிரி / ஆகாரம்

(12 marks)

(b) Group the data into intervals of equal class width such that the first class interval should be 47.5 – 50.5, and prepare the frequency table accordingly.

ஒரே வகுப்ப அகலம் கொண்ட இடைவெளிகளில், முதல் வகுப்பு இடைவெளி 47.5 – 50.5 ஆக அமையும் வகையில் கூட்டப்படுத்துக. அத்துடன் உரிய அதிர்வெண் அட்டவணையைத் தயாரிக்குக.

Based on the above table, calculate the following / ஓரே வகுப்ப அகலம் கொண்ட இடைவெளிகளில், முதல் வகுப்பு இடைவெளி 47.5 – 50.5 ஆக அமையும் வகையில் கூட்டப்படுத்துக. அத்துடன் உரிய அதிர்வெண் அட்டவணையைத் தயாரிக்குக.

Based on the above table, calculate the following / ஓரே வகுப்ப அகலம் கொண்ட இடைவெளிகளில், முதல் வகுப்பு இடைவெளி 47.5 – 50.5 ஆக அமையும் வகையில் கூட்டப்படுத்துக. அத்துடன் உரிய அதிர்வெண் அட்டவணையைத் தயாரிக்குக.

(i) Mean; / மையக் கோடு இடை

(ii) Standard Deviation; / கீழ்க்கண்டவற்றை கணிக்க

(40 marks)