ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
අවසාන පරීක්ෂණය - **2015/2016**
ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
APU1142/APE3142 – අවකල සමීකරණ

කාලය පැය දෙකයි.

දිනය : **2017.01.03** වේලාව - පෙ.ව. **9.30** - පෙ.ව. **11.30** දක්වා.

ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1.

a) පහත අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{xy+x+y+1}{2y^2+5y+3}\ ,\ y(0)=1$$

ඉහත අවකල සමීකරණයට සියලු $x\in R$ සඳහා තාත්වික විසඳුම් තිබේද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

b) $\frac{dy}{dx}=(x+y)^n-(x-y)^n$ මඟින් දෙනු ලබන අවකල සමීකරණය $n=1$, $n=2$ සහ $n=3$ සඳහා විසඳන්න.

2.

a) $\frac{dy}{dx}=\frac{x+y+4}{x-y-6}$ මඟින් දෙනු ලබනඅවකල සමීකරණය විසඳන්න.

b) $\frac{dy}{dx}-\frac{(y^3-2x^3)}{xy^2}=0$ මඟින් දෙනු ලබන අවකල සමීකරණය සමජාතීය බව පෙන්වා $y(1)=1$ විට එය විසඳන්න.

3.

a) $\frac{cx}{y^a}dx+\frac{y^3-3x^b}{y^4}dy=0$ මඟින් දෙනු ලබන අවකල සමීකරණයෙහි $a,b,c\in R$ වේ. මෙම අවකල සමීකරණය සපිරි බව දී දී ඇති විට a,b සහ c අගයයන් සොයන්න.

b) එනයින් ඉහත අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

4.

a) පහත ආරම්භක අගය සහිත අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

$$x\frac{dy}{dx}-2y=2x^4,\ y(1)=2\ .$$

b) $U_1=1$ සහ $U_2=2$ නම්, $U_{n+2}-2U_{n+1}+4U_n=0$ වන අන්තර සමීකරණය විසඳන්න.

5.

a) $2x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+3x\dfrac{dy}{dx}-(1+x)y=0$ අවකල සමීකරණය සඳහා $x=0$ සවිධි අපූර් ව ලක්ෂ්‍යයක් බව පෙන්වන්න.

b) ඉහත අවකල සමීකරණය සඳහා විසඳුම $x^s\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ ආකාරයට ගනිමු. මෙම අවකල සමීකරණය සඳහා ඒකජ ලෙස ස්වායත්ත ශ්‍රේණිය විසඳුම් දෙකක් සොයන්න.

6. එක්තරා තත්ත්ව යටතේදී උෂ්ණත්වය T_M මාධ්‍යයක ගිල්වන ලද වස්තුවක ශරීර උෂ්ණත්වය T_B වෙනස්වීමේ ශ්‍රීඝ්‍රතාව එම එකිනෙකට වෙනස් උෂ්ණත්ව දෙක අතර උෂ්ණත්ව වෙනසට සමානුපාතික වේ.

a) ඉහත සිදුවීම විදහා දක්වන අවකල සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

b) ඉහත සමීකරණය සඳහා ඔබ කරන උපකල්පන පැහැදිලිව ලියා දක්වන්න.

c) ආරම්භක උෂ්ණත්වය 180^0C වූ වස්තුවක් නියත උෂ්ණත්වය 60^0C වූ දියරයක ගිල්වා ඇත. මිනිත්තු එකක් තුල ගිල්වන ලද වස්තුවේ උෂ්ණත්වය 120^0C දක්වා පහත බසියි. එහි උෂ්ණත්වය 90^0C දක්වා පහත බැසීමට කොපමන වේලාවක් ගතවේද?

00114

The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. Degree Programme
Final Examination - 2015/2016
Applied Mathematics - Level 03
APU1142/APE3142 – Differential Equations
Duration: - Two hours

Date: 03.01.2017 **Time: 9:30 a.m. – 11:30 a.m.**

Answer **FOUR** questions only.

1.

a) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx}=\frac{xy+x+y+1}{2y^2+5y+3}$, $y(0)=1$.

Does the above differential equation have a real solution for each $x \in \mathbb{R}$? Justify your answer.

b) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx}=(x+y)^n-(x-y)^n$ for $n=1$, $n=2$ and $n=3$.

2.

a) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx}=\frac{x+y+4}{x-y-6}$.

b) Show that the differential equation $\frac{dy}{dx}-\frac{(y^3-2x^3)}{xy^2}=0$ is homogeneous and solve the equation if $y(1)=1$.

3. Consider the differential equation $\frac{cx}{y^a}dx+\frac{y^3-3x^b}{y^4}dy=0$ where $a,b,c \in \mathbb{R}$.

a) Given that the differential equation is exact, find the values of a, b and c.

b) Hence solve the above differential equation.

4.

a) Solve the Initial Value Problem (IVP) given by $x\frac{dy}{dx}-2y=2x^4$, $y(1)=2$.

b) Solve the difference equation $U_{n+2}-2U_{n+1}+4U_n=0$ with $U_1=1$ and $U_2=2$.

5.

a) Show that $x = 0$ is a regular singular point of the differential equation

$$2x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 3x\frac{dy}{dx} - (1+x)y = 0.$$

b) Let the solution of the above differential equation be of the form $x^s\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ where a_n s are constants. Find two linearly independent series solutions of that equation.

6. Under certain conditions, the rate of change of the temperature T_B in a body, immersed in a medium whose temperature T_M differs from it, is proportional to the difference in temperature between it and the medium.

a) Write down the ordinary differential equation which represents the above physical phenomenon.

b) Clearly state any assumptions that you make for the model in writing down your equation.

c) A body whose initial temperature 180^0C is immersed in a liquid which is maintained at a constant temperature of 60^0C. In one minute, the temperature of the immersed body decreases to 120^0C. How long will it take for the body's temperature to decrease to 90^0C?

---- END ----

00042

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/ கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி
இறுதிப் பரீட்சை- 2015/2016
பிரயோக கணிதம் - மட்டம் 03
APU1142/APE3142 – வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்
காலம்: - இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

திகதி: 03.01.2017 **நேரம்: முப 9:30 –முப 11:30**

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க.

1.

a) வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + x + y + 1}{2y^2 + 5y + 3}$, $y(0) = 1$ இனைத் தீர்க்க.

ஒவ்வொரு $x \in R$ இற்கும் மேற்தரப்பட்ட வகையீட்டுச் சமன்பாடானது ஒரு மெய் தீர்வினைக் கொண்டுள்ளதா? உமது விடையினை நியாயப்படுத்துக.

b) $n = 1$, $n = 2$ மற்றும் $n = 3$ என்பனவற்றிற்கு வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{dy}{dx} = (x + y)^n - (x - y)^n$ இனைத் தீர்க்க.

2.

a) வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y + 4}{x - y - 6}$ இனைத் தீர்க்க.

b) வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{dy}{dx} - \frac{(y^3 - 2x^3)}{xy^2} = 0$ ஆனது ஏகவினமானது எனக் காட்டுவதுடன் $y(1) = 1$ எனின் இச்சமன்பாட்டினைத் தீர்க்க.

3. வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{cx}{y^a}dx + \frac{y^3 - 3x^b}{y^4}dy = 0$ இனைக் கருதுக, இங்கு $a, b, c \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

a) இவ்வகையீட்டுச் சமன்பாடானது செப்பமானது எனத் தரப்படின் a, b மற்றும் c என்பவற்றினது பெறுமானங்களைக் காண்க.

b) இதிலிருந்து மேற்தரப்பட்ட வகையீட்டுச் சமன்பாடினைத் தீர்க்க.

4.

a) $x\frac{dy}{dx} - 2y = 2x^4$, $y(1) = 2$ எனத் தரப்பட்டுள்ள ஆரம்ப பெறுமான பிரச்சனை (IVP) இனைத் தீர்க்க.

b) $U_1 = 1$ மற்றும் $U_2 = 2$ உடன் கூடிய வித்தியாசச் சமன்பாடு $U_{n+2} - 2U_{n+1} + 4U_n = 0$ இனைத் தீர்க்க.

5.

a) $x=0$ ஆனது வகையீட்டுச் சமன்பாடு $2x^2\frac{d^2y}{dx^2}+3x\frac{dy}{dx}-(1+x)y=0$ இனது ஒரு ஒழுங்கான தனிச்சிறப்புப் புள்ளி ஆகும் எனக் காட்டுக.

b) மேற்தரப்பட்ட வகையீட்டுச் சமன்பாட்டினது தீர்வானது $x^s\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^n$ என்னும் வடிவில் உள்ளது என்க, இங்கு a_n களானவை மாறிலிகளாகும். ஏகபரிமாணமுறையாய்ச் சாராத தொடர் தீர்வுகள் இரண்டினைக் காண்க.

6. சில நிபந்தனைகளின் கீழ், உடலொன்றின் வெப்பநிலை T_B இன் மாற்றவீதமானது, இதிலிருந்து வேறுபட்ட வெப்பநிலை T_M உடைய ஊடகம் ஒன்றில் உள்ளாழ்த்தப்படும் போது, உடலினது மற்றும் அவ் ஊடகத்தினது வெப்பநிலை வேறுபாட்டிற்கு நேர்விகித சமனாகும்.

a) மேற்தரப்பட்ட பௌதீகவியல் நிகழ்வினை எடுத்துக்காட்டுவதற்கான சாதாரண வகையீட்டுச் சமன்பாட்டினை எழுதுக.

b) மாதிரியுருவில் உங்கள் சமன்பாட்டினை எழுதுவதற்காக நீங்கள் மேற்கொண்ட ஏதேனும் எடுகோள்களினைத் தெளிவாக கூறுக.

c) 180^0C வெப்பநிலையுடைய ஒரு உடலானது ஒருமை வெப்பநிலை 60^0C இல் வைக்கப்பட்டுள்ள ஒரு திரவத்தினுள் உள்ளாழ்த்தப்பட்டுள்ளது. ஒரு நிமிடத்தில், உள்ளாழ்த்த உடலின் வெப்பநிலையானது 120^0C இற்கு குறைகின்றது. உடலினது வெப்பநிலையானது 90^0C இற்கு குறைவதற்கு எவ்வளவு காலம் எடுக்கும்?

---- முற்றும் ----