The Open University of Sri Lanka

Continuing Education / Stand Alone Courses in Science

Final Examination 2008/2009

PSE 3117 - Mathematics for Chemistry and Biology

(2 hours)

31st December 2008 | Time: 1.00 pm to 3.00 pm

- This paper has **eight (8)** questions. Total marks awarded = 240
- Attempt all the questions; all those scoring **about 200** or more would be deemed to have scored 100%; pro rata marks would be awarded to other candidates.
- The use of a non-programmable electronic calculator is permitted.
- Clearly write down all relevant steps in answering the questions.
- **Switch off Mobile phones; keep them outside**
- $\log_e X = \ln X = 2.303 \log_{10} X$

- මෙම ප්‍රශ්ණ පත්‍රයේ ප්‍රශ්ණ 8 ක් ඇත සම්පූර්ණ ලකුණු ගණන 240 කි
- සියලුම ප්‍රශ්ණවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කරන්න ලකුණු 200 ක් පමණ ලබාගන්නා සිසුන්ට 100% ලකුණු හිමිවනු ඇත. අනෙකුත් සිසුන් සඳහා සමානුපාතිකව ලකුණු ප්‍රදානය කරනු ලැබේ.
- ප්‍රක්‍රමණය කළ නොහැකි ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක.
- ජංගම දුරකථන ක්‍රියා විරහිත කරන්න. ඒවා ලඟ තබා නොගන්න.
- පිළිතුරු සැපයීමේදී අදාල සියලුම පියවර පැහැදිලිව ලියන්න.
- $\log_e X = \ln X = 2.303 \log_{10} X$

- இவ்வினாத்தாள் எட்டு (8) வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது. மொத்தப் புள்ளிகள் = 240.
- சகல வினாக்களையும் முயற்சிக்க. 200 புள்ளிகள் அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட புள்ளிகளைப் பெறும் மாணவர்கள் 100% புள்ளிகள் பெற்றவர்களாகக் கருதப்படுவார்கள். ஏனையவர்களுக்கு விகிதாசாரப்படி வழங்கப்படும்.
- நிரற்படுத்தப்படாத கணனியின் உபயோகம் அனுமதிக்கப்படுகின்றது.
- விடையளிக்கையில் தேவையான சகல படிகளையும் தெளிவாக எழுதுக
- கையடக்கத் தொலைபேசியின் இணைப்பைத் துண்டித்து 'வெளியே வைக்கவும்
- $\log_e X = \ln X = 2.303 \log_{10} X$

1 (a) Simplify: සුළු කරන්න : எளிதாக்குக

$$(x-3)^2 - (2-x)^2 - (5-2x)$$

(06 marks)

(b) Resolve into partial fractions: භින්න භාග වලට වෙන් කරන්න.
பகுதிப் பின்னங்களாகத் தருக.

$$\frac{x-1}{2x^2+5x+3}$$

(08 marks)

(c) Solve: විසඳන්න : தீர்க்க

$$\log_{10}(2x) - \log_{10}(x) + \log_{10}(x-2) = 1$$

(06 marks)

2. (a) (i) If $\log_{10} Y! = Y\log_{10}Y - Y$, show that $Y! = \left(\frac{Y}{10}\right)^Y$.

$\log_{10} Y! = Y\log_{10}Y - Y$ නම් $Y! = \left(\frac{Y}{10}\right)^Y$ බව පෙන්වන්න.

$\log_{10} Y! = Y\log_{10}Y - Y$ எனின் $Y! = \left(\frac{Y}{10}\right)^Y$ எனக் காட்டுக.

(ii) Evaluate **(without the aid of a calculator or log tables)**, the following:
ලඝු ගණක වගු හෝ ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා නොකර අගය සොයන්න
பின்வருவனவற்றின் (கணிப்பான் அல்லது மடக்கை அட்டவணையின் உதவியின்றி) பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\left[\frac{\log_3 27 + \log_5 25}{\log_{10} 0.01}\right] + \left(\log_5 \sqrt{625}\right)$$

(12 marks)

(b) Express the following in the form of complex number of the type, a + ib:
පහත දැක්වෙන දෑ a + ib ආකාරයේ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.
a + ib எனும் வடிவமான சிக்கல் எண் வடிவத்தில் பின்வருவனவற்றை வெளிப்படுத்துக.

$$\frac{(1-i)}{(1+i)} - (1-2i)(1+i) + i^5$$

(08 marks)

(c) Given that $\sin 2\theta = \mathbf{b}$, find the value of $[\sin\theta.\cos\theta]$ and $[\sin\theta + \cos\theta]$ in terms of **b**
$\sin 2\theta = \mathbf{b}$ බව දී ඇති විටදී, $[\sin\theta.\cos\theta]$ සහ $[\sin\theta + \cos\theta]$ යන්නෙහි අගය **b** මගින් ප්‍රකාශ කරන්න.
$\sin 2\theta = b$, எனத் தரப்பட்டுள்ளது, $[\sin\theta \cdot \cos\theta]$, $[\sin\theta + \cos\theta]$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களை b எனும் பதத்தில் காண்க.

(08marks)

3 Find the first differential of the following:
පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල ප්‍රථම අවකලන සංගුණකය සොයන්න.
பின்வருவனவற்றின் முதல் வகையீடுகளைக் காண்க.

(i) $y = \dfrac{2x-1}{x^2-1}$ (ii) $u = (2 - 3x)^7$

(iii) $P = (v-2)\sqrt{v}$ (iv) $y = \sin 2x.\sec x$

(40 marks)

4. The curve represented by the function $y = 2x^3 + ax^2 + bx$ has two turning (stationary) points at $x = 0$ and -1.
$y = 2x^3 + ax^2 + bx$ මගින් දක්වන වක්‍රයේ $x = 0$ සහ -1 වන විට වර්තන(ස්ථාවර) ලක්ෂ්‍ය දෙකක් පවතී.
$y = 2x^3 + ax^2 + bx$ எனும் சார்பினால் பிரதிபலிக்கப்படுகின்ற வளையி $x = 0, -1$ இல் இரண்டு திரும்பற் (நிலையான) புள்ளிகளைக் கொண்டுள்ளது.

(i) Find the value of a and b. a සහ b වල අගයන් සොයන්න.
a, b என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(ii) Identify these turning points as maxima, minima or points of inflexion.
මෙම වර්තන ලක්ෂ්‍යයන් උපරිම, අවම හෝ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයන් දැයි හඳුනා ගන්න.
இத் திரும்பற் புள்ளிகள் உயர்வு, இழிவு அல்லது விபத்திப் புள்ளி யா என இனங்காண்க.

(14 marks)

5. (a): Integrate; අනුකලනය කරන්න; தொகையிடுக

(i) $\int (2\sqrt{x} + \frac{3}{x^3}).dx$ (ii) $\int (1 - 2\sin^2 x)dx$

(iii) $\int \frac{1}{T^2-4} dT$ (iv) $\int \frac{2x}{x^2-1}.dx$

(40 marks)

(b) Given that $\int_a^b (2x-1)dx = 4$ and $\int_a^b dx = 1$ find **a** and **b**

$\int_a^b (2x-1)dx = 4$ සහ $\int_a^b dx = 1$ බව දී ඇතිවිට a සහ b සොයන්න.

$\int_a^b (2x-1)dx = 4$, $\int_a^b dx = 1$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது, a , b யினைக் காண்க.

(08 marks)

6. (a) (i) If $\varphi = x.e^{2x}$ නම්, எனின்

show that $\dfrac{d^2\varphi}{dx^2} - \dfrac{d\varphi}{dx} - 2\varphi = 3e^{2x}$ බව පෙන්වන්න. எனக் காட்டுக.

(12 marks)

(b) $$f = \frac{3T^2}{\sqrt{PV}}.$$

Find the following: පහත දැක්වෙන දෑ සොයන්න.

பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P,V} \text{ and } \left[\frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{V,P}\right]_{T,V}$$

(08 marks)

7. (a) The marks obtained by student **A and B** for mathematics at Level 3, Level 4, Level 5 (with weighting factors 1,2, and 3 respectively) in the B.Sc degree programme are given below.
B.Sc උපාධි පාඨමාලාව හදාරන **A** සහ **B** නම් ශිෂ්‍යයන් දෙදෙනෙකු 3, 4 සහ 5 මට්ටම් වලදී (භරිත සාධක පිළිවෙලින් 1, 2 සහ 3) ගණිතය සඳහා ලබාගත් ලකුණු පහත දැක්වේ.
B.Sc விஞ்ஞான பட்டமானி நெறியின் மட்டம் 3, 4, 5 இல் (முறையே 1, 2, 3 எனும் நிறையேற்றும் காரணிகளுடன்) கணிதத்திற்கு மாணவர் A, B யினால் பெறப்பட்ட புள்ளிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

Level	A	B
3	65	40
4	80	60
5	45	**Y**

Given that the weighted average of **B** is five **(5)** more than that of **A,** determine **Y**, the mark obtained by B at L 5

B ගේ ලකුණුවල හරිත මධ්‍යයනය A සිසුවා ගේ ලකුණුවල හරිත මධ්‍යයනයට වඩා 5 ක් වැඩි නම් B සිසුවා 5 වන මට්ටමේදී ලබාගත් ලකුණු,(Y) සොයන්න.

B யினது நிறையேற்றிய சராசரி ஐந்து (5), A யிலும் பார்க்க அதிகமாகும். மட்டம் 5 இல் B யினால் பெறப்பட்ட புள்ளிகள், Y யினைத் தீர்மானிக்க.

(10 marks)

(b) The mean and the standard deviation of the mathematics marks of a group of 20 students was found to be 55 and 10 respectively. However, at the time of checking, it was found that one of the marks was incorrect; it should have been 50 instead of 30. Determine the correct mean and the standard deviation.

ගණිතය සඳහා සිසුන් 20 දෙනෙකු ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යයනය සහ සම්මත අපගමණය පිළිවෙලින් 55 සහ 10 ක් වේ. නමුත් ලකුණු නැවත පරීක්ෂා කිරීමේදී වැරදීමකින් ලකුණු 50 වෙනුවට 30 ඇතුලත් කර ඇති බව සොයා ගන්නා ලදී. නිවැරදි මධ්‍යයනය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න .

(b) கூட்டமொன்றிலுள்ள 20 மாணவர்களின் கணிதத்திற்கான புள்ளிகளின் இடை, நியம விலகல் முறையே 55, 10 எனக் காணப்பட்டது. எனினும் அவற்றைச் சரி பார்க்கையில், அதிலுள்ள புள்ளிகளில் ஒன்று திருத்தமற்றது எனக் கண்டறியப்பட்டது. அப்புள்ளி 30 இற்குப் பதிலாக 50 ஆக இருந்திருக்க வேண்டும். திருத்தமான இடை, நியம விலகலைத் தீர்மானிக்க.

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}}{n-1}}$$

(20 marks)

(c). The scale of pensions given to people over 60 years of age is as follows:

අවුරුදු 60 ට වඩා වයස්ගත වූවන් සඳහා වූ විශ්‍රාමික වැටුප් පරිමාණයක් පහත දැක්වේ.

60 வயதிற்கு மேற்பட்டவர்களுக்கு வழங்கப்படும் ஓய்வூதிய அளவுத்திட்டம் பின்வருமாறு

Age/years වයස/අවු. வயது/வருடங்கள்	Pension/month මාසික වැටුප ஓய்வூதியம்/மாதம் (in $)
60 – 64	25
65 - 69	30
70 - 74	35
75 - 79	40
80 and above(>80)	45

The age of 25 persons who are eligible for pension are given below:
විශ්‍රාම වැටුප් හිමි 25 දෙනෙකුගේ වයස පහත දැක්වේ.
ஓய்வூதியத்திற்குத் தகைமையுள்ள 25 பேர்களின் வயது கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

75, 66, 81, 71, 62, 65, 82, 70, 65, 72, 64, 61, 64,
65, 79, 71, 66, 62, 63, 67, 68, 64, 61, 63, 64

Calculate the monthly average pension payable per person.
එක් පුද්ගලයෙකු සඳහා මාසිකව ගෙවනු ලැබූ විශ්‍රාම වැටුපෙහි සාමාන්‍ය අගය සොයන්න.
ஒருவருக்கு வழங்கப்படக்கூடிய மாதாந்த சராசரி ஓய்வூதியத்தைக் கணிக்க.

(10 marks)

8. (a) A ball is taken at random from a box containing five(5) red balls, four(4) white balls and two(2) blue balls

(i) Determine the probability that it is

(I) a red ball (II) a blue ball (III) a red or a blue ball

(ii) Next, all the blue balls are removed from the box and then, three(3) balls are to be randomly selected (without replacement) from the above box. What is the probability that the first two(2) selected balls are white and the third one(1) is red?

රතු බෝල 5 ක්ද සුදු බෝල 4 ක් සහ නිල් බෝල 2 ක් අඩංගු පෙට්ටියකින් බෝලයක් ඉවතට ගන්නා ලදී.

(i) පහත දැක්වෙන සම්භාවිතාවන් සොයන්න.

(I) එය රතු බෝලයක් වීම (II) එය නිල් බෝලයක් වීම (III) එය රතු හෝ නිල් බෝලයක් වීම

(ii) නිල් බෝල සියල්ලම පෙට්ටියෙන් ඉවත් කර සසම්භාවී ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනය රහිතව බෝල 3 ක් පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගන්නා ලදී. පළමුව සහ දෙවනුව සුදු බෝල ද තෙවනුව රතු බෝලයක්ද ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(அ) (i) ஐந்து(5) சிவப்பு நிற பந்துகள், நான்கு (04) வெள்ளை நிறப் பந்துகள் இரண்டு (02) நீல நிறப் பந்துகள் என்பவற்றைக் கொண்டுள்ள ஒரு பெட்டியிலிருந்து ஒரு பந்து எழுந்தமானமாக எடுக்கப்படுகின்றது.

(I) ஒரு சிவப்புப் பந்து (II) ஒரு நீலப் பந்து (III) ஒரு சிவப்பு அல்லது ஒரு நீலப்பந்து

எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவைத் தீர்மானிக்க.

(ii) அடுத்து சகல நீல நிறப் பந்துகளையும் பெட்டியிலிருந்து அகற்றி பின்பு மூன்று (03) பந்துகளைப் பெட்டியிலிருந்து எழுந்தமானமாகத் தெரிவு செய்யப்பட வேண்டும். முதல் இரண்டு (2) வெள்ளைப் பந்துகளும் மூன்றாவதாக ஒரு (1) சிவப்பு பந்தும் தெரிவு செய்வதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(15 marks)

(b) In an examination, 30% of the students have failed in mathematics, 20% of the students have failed in chemistry and 10 % have failed in both mathematics and chemistry.

If a student is selected randomly, what is the probability that

(i) the student has failed in mathematics given that the student has failed in chemistry

(ii) the student has failed either in mathematics or in chemistry.

විභාගයකදී සිසුන් 30% ක් ගණිතය විෂයයෙන් ද, 20 % ක් රසායන විද්‍යා විෂයයෙන් ද, 10% ක් ගණිතය සහ රසායන විද්‍යාව විෂයයන් දෙකින්ම ද අසමත් විය. සිසුවෙකු සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගත් විටදී පහත දැක්වෙන සම්භාවිතාවන් සොයන්න.

(i) එම සිසුවා රසායනවිද්‍යාව විෂයයෙන් අසමත් බව දී ඇති විටදී ගණිතය විෂයයෙන් අසමත් වීම.

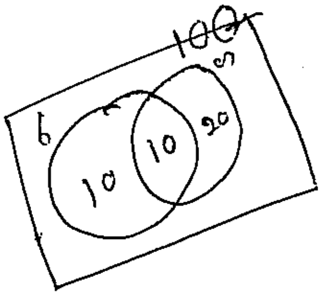
(ii) එම සිසුවා ගණිතය සහ රසායන විද්‍යාව යන විෂයයන් අතුරින් එක් විෂයකින් අසමත් වීම.

(b) பரீட்சையொன்றில், மாணவர்களில் 30% கணிதத்திலும் 20% மாணவர் இரசாயனத்திலும், 10% மாணவர் கணிதம், இரசாயனம் இரண்டிலும் சித்தியடையவில்லை. மாணவனொருவன் எழுந்தமானமாகத் தெரிவு செய்யப்பட்டான்

(i) அம் மாணவன் இரசாயனத்தில் சித்தியடையவில்லை எனத் தரப்படுகின்றது அதனுடன் கணிதத்தில் சித்தியடையாததற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(ii) கணிதம் அல்லது இரசாயனத்தில் அம் மாணவன் சித்தியடையாததற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(15 marks)



OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA
LIBRARY