



ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය  
විද්‍යාවේදී උපාධි පාඨමාලාව/ඒකාංගික විද්‍යා අධ්‍යාපන පාඨමාලාව  
අවසාන පරීක්ෂණය 2007/2008  
PMU 1192/PME 3192 - විශ්ලේෂණය  
3 වන මට්ටම - ශුද්ධ ගණිතය

කාලය :- පැය 2 යි.

දිනය :- 16-06-2008.

වේලාව:- ප.ව. 1.30 සිට ප.ව. 3.30 දක්වා

ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

01. (a) පහත සඳහන් සීමා අගයන්න

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sin x^2}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^3}{\log x}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos 4x - \cos 2x}{\cos 3x - \cos x} \right).$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} 3+x-x^2 & \text{if } x \in (-\infty, 1) \text{ නම්} \\ x^2+ax+b & \text{if } x \in [1, \infty) \text{ විට} \end{cases}$$

$f$  මගින් දී ඇති ශ්‍රිතය සියලු  $x$  සඳහා සන්තතික සහ අවකලයවේ.  $a = -3$  සහ  $b = 5$  බව පෙන්වන්න.

02.  $x = a$  දී  $f$  ශ්‍රිතය සඳහා  $f'(a)$  අර්ථ දක්වන්න.

(a) මූලික සිද්ධාන්ත මගින්  $f(x) = 2x|x| + 1$  විට  $f'(a)$  සොයන්න.

$$(b) f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{if } x \neq 0 \text{ විට} \\ 0 & \text{if } x = 0 \text{ විට} \end{cases}$$

සියලු තාත්වික  $x$  සඳහා  $f(x)$  අවකලය බව පෙන්වන්න.  $f', x = 0$  දී සන්තතිකද? ඔබගේ පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.

03. (a)  $x = t^2 - 2t, y = t^2 + 2t$  ලෙස වක්‍රයක් පරාමිතික ආකාරයෙන් දී ඇත.  $\frac{dy}{dx}$  සහ  $\frac{d^2y}{dx^2}$ ,  $t$  පද වලින් සොයන්න. එමගින් හැරුම් ලක්ෂ්‍ය සහ එහි ස්වාභාවය තීරණය කරන්න.

(b)  $y = (\sin^{-1} x)^2$  බව දී ඇත්නම්  $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0$  බව පෙන්වන්න.

04. (a) පහත සඳහන් අනුකල අගයන්න.

$$(i) \int_0^{\pi/6} \sin x \sec^2 x dx \quad (ii) \int \tan^3 x dx.$$

(b)  $I_n = \int x^n \sin ax dx$  නම්

$$a^2 I_n = -ax^n \cos ax + nx^{n-1} \sin ax - n(n-1)I_{n-2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\text{එමගින් } \int_0^{\pi/4} x^4 \sin 2x dx \text{ අගයන්න.}$$

05. (a)  $(1+x)^n$  ද්වීපද ප්‍රසාරණයේ  $C_r$  යනු  $x^r$  හි සංගුණකය නම්

$$(i) C_0 + C_2 + C_4 + \dots = C_1 + C_3 + C_5 + \dots = 2^{n-1}$$

$$(ii) C_0^2 + C_1^2 + C_2^2 + \dots + C_n^2 = \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

$$(iii) C_0 + 2C_1 + 3C_2 + \dots + (n+1)C_n = (n+2)2^{n-1}$$

බව ඔප්පුකරන්න. මෙහි  $n$  ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.

$$(b) \frac{2x}{(1-x)(1+x^2)} = \frac{A}{1-x} + \frac{B+Cx}{1+x^2} \quad A, B \text{ සහ } C \text{ සොයන්න. එමගින් ඉහත ප්‍රසාරණය } x^5 \text{ පදය}$$

තෙක් ආරෝහන පිළිවෙලට ලියන්න.  $x$  හි තෘප්ත පරාසය තුළ ඉහත ප්‍රසාරණය වලංගුද?

06. (a) මැක්ලෝරින් ප්‍රමේය භාවිතයෙන්  $\ln \{x + \sqrt{1+x^2}\} = x - \frac{1}{6}x^3$  බව පෙන්වන්න. මෙහි  $x^5$  සහ  $x$  හි ඉහල බලයන් නොසලකා හැර ඇත.

(b)  $(1+3x)e^{-3x}$  ප්‍රසාරණය ආරෝහන පිළිවෙලට ලියා  $x^r$  හි සංගුණකය සොයන්න.