



இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணிப் பட்டபாடநெறி/தொடர் கல்விப் பாடநெறி
இறுதிப் பரீட்சை 2007/2008
PMU 1192/PME 3192 – பகுப்பு
மட்டம் 03 – தூயகணிதம்

காலம் :- இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

நாள் :- 16-06-2008.

நேரம்:- பிப 1.30 – பிப 3.30

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க.

01. (a)

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sin x^2} \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^3}{\log x}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos 4x - \cos 2x}{\cos 3x - \cos x} \right).$$

(b) சார்பு f ஆனது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுவதோடு,
தொடர்ச்சியானதாகவுமுள்ளது. மேலும்

இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் ஒரு தொடர்ச்சியான பெறுதியைக் கொண்டுள்ளது.

$$f(x) = \begin{cases} 3+x-x^2 & \text{if } x \in (-\infty, 1) \\ x^2+ax+b & \text{if } x \in [1, \infty) \end{cases}$$

$a = -3, b = 5$ எனக் காட்டுக.

02. தரப்பட்ட ஒரு சார்பு f இற்கு $x = a$ இல் வகையீட்டுப் பெறுதி $f'(a)$ ஐ வரையறுக்குக.

(a) $f(x) = 2x|x| + 1$ ஆகும்போது முதல் தத்துவத்திலிருந்து $f'(a)$ ஐக் காண்க.

$$(b) \text{ Let } f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

x இன் எல்லா பெறுமானங்களுக்கும் f ஆனது வகையிடத்தக்கது எனக்காட்டுக.

f' ஆனது 0 இல் தொடர்ச்சியானதா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

03. (a) ஒரு வளைவானது, பரமானாமமாக $x = t^2 - 2t, y = t^2 + 2t$ ஆல் தரப்பட்டுள்ளது. $\frac{dy}{dx}$,

$\frac{d^2y}{dx^2}$ என்பனவற்றை t சார்பில் காண்க, இதிலிருந்து வளைவிலுள்ள நிலையான புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் கண்டு, நிலைமையை ஆராய்க.

(b) $y = (\sin^{-1} x)^2$ எனத் தரப்படின், $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0$ எனக் காட்டுக.

04. (a) பின்வரும் தொகையீடுகளை பெறுக.

$$(i) \int_0^{\pi/6} \sin x \sec^2 x dx \quad (ii) \int \tan^3 x dx.$$

(b) $I_n = \int x^n \sin ax dx$ எனின், $a^2 I_n = -ax^n \cos ax + nx^{n-1} \sin ax - n(n-1)I_{n-2}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து $\int_0^{\pi/4} x^4 \sin 2x dx$ ஐப் பெறுக.

05. (a) $(1+x)^n$ இன் ஈருறுப்பு விரிவில், C_r ஆனது x^r இனது குணகமாகும், இங்கு n ஆனது நேர்முழுமெண்ணாகும், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

$$(i) C_0 + C_2 + C_4 + \dots = C_1 + C_3 + C_5 + \dots = 2^{n-1}$$

$$(ii) C_0^2 + C_1^2 + C_2^2 + \dots + C_n^2 = \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

$$(iii) C_0 + 2C_1 + 3C_2 + \dots + (n+1)C_n = (n+2)2^{n-1}.$$

(b) $\frac{2x}{(1-x)(1+x^2)}$ ஆனது $\frac{A}{1-x} + \frac{B+Cx}{1+x^2}$ இற்குச் சமனானதெனத் தரப்படின், A, B, C ஆகிய

இலக்கங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து குறித்த பின்னத்தின் விரிவை x இலிருந்து x^5 வரையும் அதிகரிக்கும் வலுக்களில் பெறுக.

x இன் எவ்வாயிடைப் பெறுமானங்களில் இவ்விரிவானது வலிதானதாகும்?

06. (a) மக்கலோரின் தேற்றத்தைப் பாவித்து, x^5 மற்றும் x இன் அதிகூடிய வலுக்களை புறக்கணிப்பதன் மூலம் $\ln \left\{ x + \sqrt{1+x^2} \right\} = x - \frac{1}{6}x^3$ எனக் காட்டுக.

(b) x வலுவானது அதிகரிக்கத்தக்கதாகவுள்ள, $(1+3x)e^{-3x}$ இன் விரிவில் x^r இன் குணகத்தைக் காண்க.

—முழுப்பதிப்புரிமையுடையது—