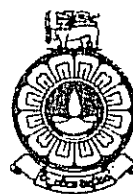


ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාව පිළිබඳ පදනම් පාඨමාලාව

අවසාන පරීක්ෂණය 2006/2007

MAF 1302/MAE 1302 - ව්‍යවහාරික ගණිතය - ප්‍රශ්න පත්‍රය II



කාලය :- පැය 3 යි.

දිනය :- 28.10.2006

වේලාව:- පෙ.ව. 9.30 සිට ප.ව. 12.30 දක්වා

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

01. 108 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන දුම්රියක් A ලක්ෂ්‍යයේදී තිරිංග යෙදීම ආරම්භ කරනු ලැබේ. දුම්රියේ ප්‍රවේගය 36 kmh^{-1} වනතුරු දුම්රිය $3f \text{ ms}^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයක් යටතේ වලිතවේ. එම ප්‍රවේගයෙන් දුම්රිය යම් දුර ප්‍රමාණයක් ගමන්කොට නැවත $f \text{ ms}^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයක් යටතේ වලිත වී B ලක්ෂ්‍යයේදී නැවත 108 kmh^{-1} ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. 4 km වූ A හා B අතර දුර දුම්රිය ගමන් කිරීමට මිනිත්තු 4 ක කාලයක් ගනී. මෙම දුම්රියේ වලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරයක් අඳින්න. එම ප්‍රස්ථාරය ඇසුරින්

(a) f හි අගය සොයන්න.

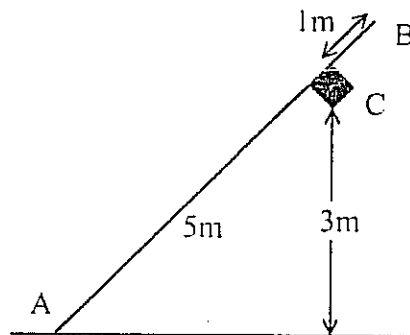
(b) 36 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කළ දුර සොයන්න.

02. රථ තිරස් බිම්තලයකට 3 m සිරස් උසකින් C හි සුමට නාදත්තක් ඇත. දිග 6 m ද බර 20 kg වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් A කෙළවර රථ බිම් තලය මතද C සුමට නාදත්ත මතද පිහිටමින් සිසරස් නලයක සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇත්තේ $AC = 5 \text{ m}$ වනසේය. (රූප සටහන බලන්න).

(i) නාදත්ත මගින් දණ්ඩ මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියාව ආසන්න නිව්ටනයට සොයන්න.

(ii) බිම්තලය හා දණ්ඩ අතර සර්ඡණ සංගණකය ආසන්න දශම ස්ථාන 2කට සොයන්න.

(iii) A ලක්ෂ්‍යයේදී දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ආසන්න නිව්ටනයට සොයන්න.



03. ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ $AB = 3a$, $BC = 4a$ වේ. විශාලත්වය $7W$, $6W$, $10W$, $13W$ සහ $15W$ බල පිළිවෙලින් BA, BC, DC, DA සහ AC පාද දිගේ අකුරුවලින් දක්වෙන පරිපාටියට අනුව ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව සහ සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව AD කපන ස්ථානයට A සිට ඇති දුර සොයන්න.

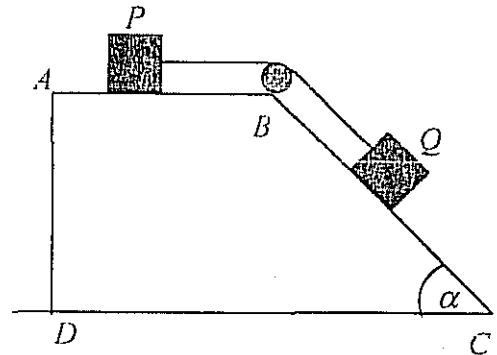
D ලක්ෂ්‍යයේදී P අතිරේක බලයක් ක්‍රියාකළ විට පද්ධතිය බල යුග්මයකට තුල්‍යවේ. P අගයද යුග්මයේ විශාලත්වයද සොයන්න.

04. ස්කන්ධය M kg වූ මෝටර් රථයක් ස්කන්ධය λM kg වූ ටේලරයක් සරල රේඛීය පාරක ඇදගෙන යයි. මෝටර් රථය සහ ටේලරය සැබැඳුම් දණ්ඩ තිරස් වන අතර එහි ස්කන්ධය නොගිණිය හැකි තරම් කුඩාවේ. මෝටර් රථය හා ටේලරය සඳහා ප්‍රතිරේඛ බල පිළිවෙලින් 300 N හා 200 N වේ. මෝටර් රථයේ ත්වරණය 0.3 ms^{-2} වන විට මෝටර් රථයේ ප්‍රකර්ෂණ බලය 2000 N වේ.

$$M(\lambda + 1) = 5000 \text{ බව පෙන්වන්න}$$

මෙම අවස්ථාවේදී සැබැඳුම් දණ්ඩේ ආතතිය 500 N නම් M හා λ සොයන්න.

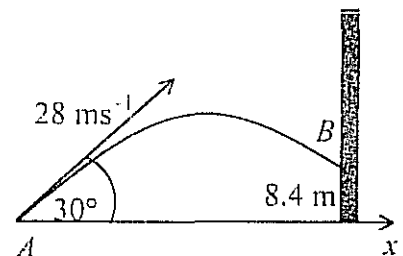
05. රූපයේ $ABCD$ ලී කොටයක හරස් කඩක් දැක්වේ. එය තිරස් තලයක අවලව සවිකොට ඇත. AB තිරස් වන අතර BC තිරසට α කෝණයකින් ආනත වේ. මෙහි $\sin \alpha = 4/5$ වේ. පිළිවෙලින් ස්කන්ධය m හා $5m$ වූ P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් AB හා BC තල මත ඇති අතර, ඒවා එකිනෙකට B සුමට කප්පියක් හරහා යන අවිභ්‍යාස තන්තුවකින් සම්බන්ධ කොට ඇත. මෙම අංශු නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. P අංශුව B වෙතද Q අංශුව C වෙතද ළඟා නොවෙතැයි උපකල්පනය කරමින් පහත සඳහන් අවස්ථාවලදී අංශුවල ත්වරණයද තන්තුවේ ආතතියද සොයන්න.



(a) AB හා BC සුමට වීම

(b) AB හා BC සමානව රළු සහ සර්ෂණ සංගුණකය $1/3$ වීම. දෙවන අවස්ථාවේදී අංශු d දුරක් ගමන්කළ පසු සර්ෂණය නිසා හානිවන ශක්තිය සොයන්න.

06. තිරසට 30° කෝණයකින් ආනතව 28 ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ගොල්ල බෝලයක් A ලක්ෂ්‍යයෙන් විසිකරනු ලැබේ. බෝලය ගුරුත්වය යටතේ චලිතවේ. එම බෝලය සිරස් බිත්තියක B ලක්ෂ්‍යයක වැටේ. එම B ලක්ෂ්‍යය පොළවේ සිට 8.4 m උසකින් පිහිටා ඇත. එය මෙම සටහනේ දක්වා ඇත.

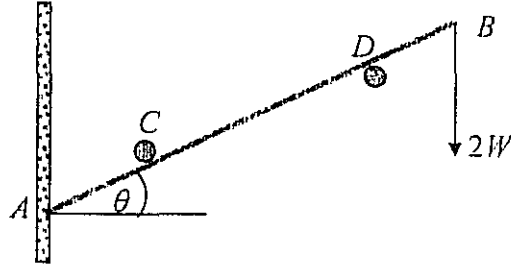


(a) A හි තිරස් මට්ටමේ සිට බෝලය ළඟා වන උපරිම උස සොයන්න.

(b) B ලක්ෂ්‍යයට බෝලය ළඟාවීමට ගතවන කාලය සෙවීමට ශක්ති සංස්ථිතික නියමය හෝ අන්ත්‍රමයක් භාවිතා කරන්න.

(c) බෝලය බිත්තියේ වැටෙන විට ප්‍රවේගය ms^{-1} වලින් පළමු දශමස්ථානයට සොයන්න. $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ ලෙස ගන්න.

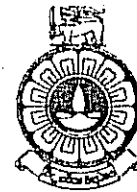
07. රූපයේ පරිදි බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක A කෙළවර සුමට බිත්තියක් ස්පර්ශ කරමින් තිරසර θ කෝණයකින් ආතනව ඇත. දණ්ඩ C හි සුමට නාදැන්තට යටින්ද D හි සුමට නාදැන්තට උඩින්ද B කෙළවරේ $2W$ භාරයක් දරමින් සමතුලිතතාවයේ පවතී. $AC = DB = a$ සහ $CD = 2a$ C හා D වල ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. $\cos^2 \theta \geq \frac{9}{10}$ බව පෙන්වන්න.



08. ඒකාකාර සමාන දිගැති AB , BC , CD හා DA දඬු එකිනෙකට සම්බන්ධ කිරීමෙන් සමචතුරස්‍රාකාර සැකිල්ලක් සාදා එය A වලින් එල්ලා සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ AB හා BC දඬු වල මධ්‍යලක්ෂ්‍ය යාකරන සැහැල්ලු තන්තුවක් මගිනි. ඒත් එක් දණ්ඩක බර W වේ.

(i) B හා C සන්ධිවල BC දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

(ii) තන්තුවේ ආතතිය $4W$ බව පෙන්වන්න.



Duration :- 3 hours

Date :- 28.10.2006

Time:- 9.30 a.m. – 12.30 p.m.

Answer FIVE questions only.

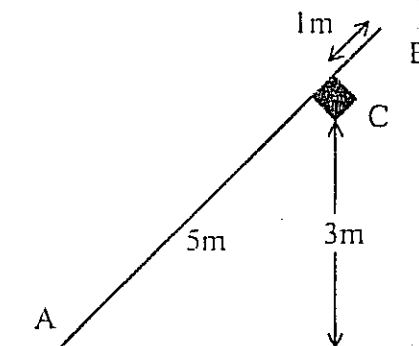
01. The brakes of a train, which is travelling at 108 kmh^{-1} are applied as the train passes the point A. The brakes produce a constant retardation of magnitude $3f \text{ ms}^{-2}$ until the speed of the train is reduced to 36 kmh^{-1} . The train travels at this speed for a distance and is then uniformly accelerated at $f \text{ ms}^{-2}$ until it reaches speed of 108 kmh^{-1} as it passes point B. The time taken by the train in travelling from A to B, a distance of 4 km is 4 minutes. Sketch the speed–time graph for this motion and hence calculate

- (a) the value of f .
- (b) the distance traveled at 36 kmh^{-1} .

02. A smooth horizontal rail is fixed at a height of 3 m above horizontal playground whose surface is rough. A straight uniform pole AB, of mass 20 kg and length 6 m, is placed to rest at a point C on the rail with the end A on the playground. The vertical plane containing the pole is at right angles to the rail. The distance AC is 5 m and the pole rests in limiting equilibrium (see diagram).

Calculate

- (i) the magnitude of the force exerted by the rail on the pole, giving your answer to the nearest N;
- (ii) the coefficient of friction between the pole and the playground, giving your answer to 2 decimal places;
- (iii) the magnitude of the force exerted by the playground on the pole, giving your answer to the nearest N.



03. A rectangle $ABCD$ has sides $AB = 3a$, $BC = 4a$. Force of magnitude $7W$, $6W$, $10W$, $13W$ and $15W$ act along the lines BA , BC , DC , DA and AC respectively in the directions indicated by the order of the letters. Find the resultant of this system in magnitude and direction and the distance from A at which its line of action cuts AD .

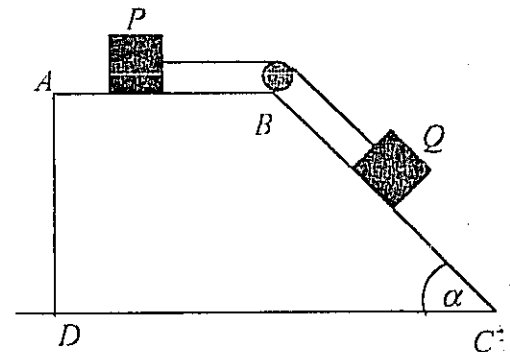
An extra force P is now added at D so that the system of forces reduces to a couple. Find the value of P and the magnitude of the resulting couple.

04. A car, of mass M kilograms, is pulling a trailer, of mass λM kilograms, along a straight horizontal road. The tow-bar connecting the car and the trailer is horizontal and of negligible mass. The resistive forces acting on the car and trailer are constant and of magnitude 300 N and 200 N respectively. At the instant when the car has an acceleration of magnitude 0.3 ms^{-2} , the tractive force has magnitude 2000 N.

Show that $M(\lambda + 1) = 5000$

Given that the tension in the tow-bar is 500 N at this same instant, find the value of M and the value of λ .

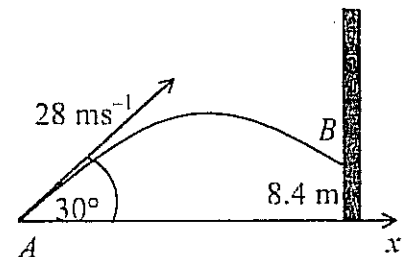
05. The diagram shows a vertical section $ABCD$ of a block of wood fixed on a horizontal plane. AB is horizontal and BC is inclined at an angle α to the horizontal where $\sin \alpha = 4/5$. Particles P and Q , of mass m and $5m$ respectively, are placed on AB and BC and joined together by a light inextensible string passing over a smooth pulley at B . The particles are then released from rest. Find, assuming that P does not reach B and Q does not reach C , the acceleration of the particles and the tension in the string when



- (a) AB and BC are smooth,
 (b) AB and BC are both equally rough, the coefficient of friction being $1/3$.

Find, for the second case, the loss of energy due to friction after both particles have moved a distance d .

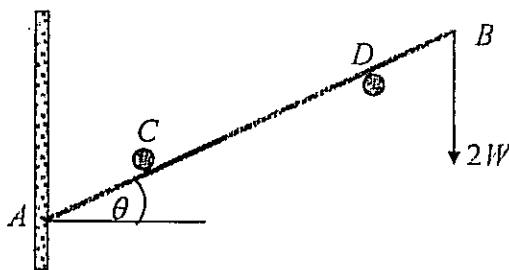
06. A golf ball is driven from a point A with a velocity which is of magnitude 28 ms^{-1} and at an angle of elevation of 30° . The ball moves freely under gravity. On its downward flight, the ball hits a vertical wall, at a point B , which is 8.4 m above the level of A , as shown in the diagram.



Calculate

- (a) the greatest height achieved by the ball above the level of A
 (b) the time taken by the ball to reach B from A . By using the principle of conservation of energy, or otherwise,
 (c) find the speed, in ms^{-1} to 1 decimal place, with which the ball strikes the wall.
 (Use $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)

07. The diagram shows a uniform rod AB of weight W resting at an angle θ to the horizontal with its lower end in contact with a smooth vertical wall which is perpendicular to the vertical plane containing the rod. The rod passes under a peg C and over a peg D , both pegs being fixed, smooth, horizontal and parallel to the wall. A weight $2W$ is suspended from B , $AC = DB = a$ and $CD = 2a$. Find the reactions at C and D and show that $\cos^2 \theta \geq \frac{9}{10}$.



08. Four equal uniform rods AB , BC , CD and DA are freely joined together so as to form a square $ABCD$, and the system hangs from the point A , the square form being maintained by an inextensible string connecting the middle points of AB and BC . If W is the weight of each rod,
- Find the reactions on the rod BC at the joints B and C .
 - Show that the tension in the connecting string is $4W$.



காலம்: மூன்று(03) மணித்தியாலங்கள்

நாள்:28-10-2006

நேரம்: மு.ப(09.30) - பி.ப(12.30)

ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடையளிக்க.

(01) புகைவண்டியொன்று 108 kmh^{-1} என்னும் கதியுடன் பயணித்து A என்னும் புள்ளியைக் கடக்கும்போது அதனது தடுப்புக்கள் பிரயோகிக்கப்பட்டன. அப்புகைவண்டியின் கதியானது 36 kmh^{-1} ஆகக் குறைக்கப்படும்வரை அதன் தடுப்புக்களினால் $3/f \text{ ms}^{-2}$ அளவினதான சீரான அமர்முடுகல் கொடுக்கப்பட்டது. புகைவண்டியானது இக்கதியில் குறித்த தூரம்வரை பயணம் செய்து, அதனது கதியானது 108 kmh^{-1} ஆகும்வரை $f \text{ ms}^{-2}$ என்னும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் பயணித்து புள்ளி B ஐ அடைகின்றது. A யிலிருந்து B க்கிடையிலான 4 km தூரத்தைக் கடப்பதற்கு 4 நிமிடங்கள் எடுத்ததெனின், மேற்படி இயக்கத்திற்கான கதி-நேர வரைபினை வரைக.
 இதிலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

(a) f இனது பெறுமானம்.

(b) 36 kmh^{-1} என்னும் கதியுடன் பயணித்த தூரம்.

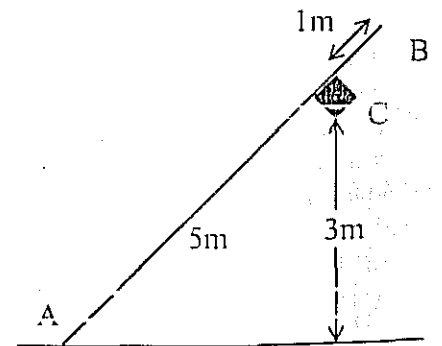
(02) ஒரு ஒப்பமான கிடையான அளியொன்று கிடையான, கரடான விளையாட்டுத்திடலிலிருந்து 3 m மேலே இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு நேரிய, சீரான 20 kg திணிவுடைய, 6 m நீளமுடைய போல் (pole) AB ஆனது, அளியில் புள்ளி C யில் வைக்கப்பட்டுள்ளதோடு மறுமுனை A ஆனது விளையாட்டுத்திடலில் உள்ளவாறும் ஓய்வில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. போல் (pole) னைக்கொண்டுள்ள நிலைக்குத்துத்தளமானது அளிக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. AC இனது நீளமானது 5 m ஆகவும், போலானது எல்லைசமநிலையில் ஓய்விலுள்ளது. (வரிப்படத்தைப் பார்க்க.)

பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

(i) அளியினால் போல் (pole) க்குக் கொடுக்கப்படும் விசையின் பருமனைக் கண்டு, விடையை கிட்டிய N இல் தருக;

(ii) போல் (pole) க்கும், விளையாட்டுத்திடலுக்கும் இடை யேயான உராய்வுக்குணகத்தைக் கிட்டிய 2 தசமதானத்திற்குக் காண்க;

(iii) விளையாட்டுத்திடலினால் போல் (pole) க்குக் கொடுக்க படும் விசையின் பருமனைக் கண்டு, விடையை கிட்டிய N இல் தருக.



(03) செவ்வகம் $ABCD$ ஆனது, அதன் பக்கங்கள் $AB = 3a$, $BC = 4a$ ஆகும். உள் விசைகள் $7W$, $6W$, $10W$, $13W$ மற்றும் $15W$ என்பவை முறையே BA , BC , DC , DA மற்றும் AC வழியே எழுத்துக்கள் குறிக்கப்பட்ட ஒழுங்கில் தாக்குகின்றன. தொகுதியின் விளையுளின் பருமனையும், திசையையும் கண்டு, இதன் தாக்கக்கோடானது, A யிலிருந்து AD ஐ வெட்டும் தூரம் என்பனவற்றைக் காண்க.

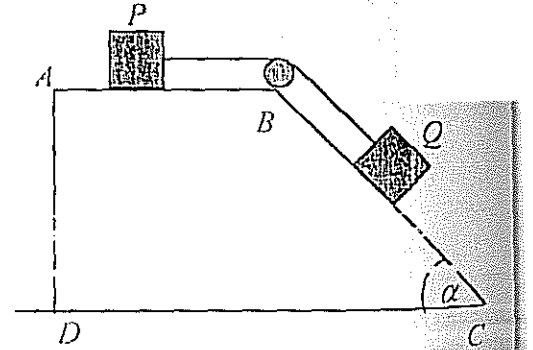
இப்பொழுது ஓர் மேலதிகவிசை P ஆனது D இல் கொடுக்கப்படும்போது தொகுதியானது ஒரு இணையாக ஒடுக்கப்படுகின்றதெனின், P இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, இணையின் பருமனைக் காண்க.

(04) M கிலோகிராம் திணிவுடைய காரொன்று, λM கிலோகிராம் திணிவுடைய இழுப்பான் (trailer) ஒன்றினை கிடையான நேர்கோட்டின் வழியே இழுக்கின்றது. புறக்கணிக்கத்தக்க திணிவுடைய தொடுப்புச்சட்டம் ஒன்றினால், சட்டம் கிடையாக இருக்கக்கூடியவாறு காரும், இழுப்பானும் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. காரிலும், இழுப்பானிலும் தாக்கும் தடைவிசைகள் மாறிலியாக உள்ளதோடு அவற்றின் பருமன்கள் முறையே 300 N , 200 N ஆகும். குறித்த ஒரு கணத்தில் காரினது ஆர்முடுகலானது 0.3 ms^{-2} ஆகும்பொழுது வலிப்புவிசையின் பருமனானது 2000 N ஆகும்.

$$M(\lambda + 1) = 5000 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

குறித்த அதேகணத்தில் தொடுப்புச்சட்டத்தின் இழுவையானது 500 N எனத் தரப்படும்போது M , λ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(05) படத்தில் ஒரு மரக்குற்றி $ABCD$ ஆனது கிடைத் தளத்தில் இணைக்கப்பட்டுள்ளவிதத்தின் நெடுக்கு வெட்டுத்தோற்றம் காட்டப்பட்டுள்ளது. AB ஆனது கிடைநிலையிலும், BC ஆனது கிடையுடன் கோணம் α சாய்விலுமுள்ளன. இங்கு $\sin \alpha = 4/5$. துணிக்கைகள் P மற்றும் Q ஆகியவற்றின் திணிவுகள் முறையே $m, 5m$ ஆக அமைவதோடு அவை நீளாஇழை யொன்றினால் இணைக்கப்பட்டு, அவ்விழை B இலுள்ள கப்பியினூடாகச் செல்லக்கூடியவாறு AB, BC ஆகியவற்றின் மேலே வைக்கப்பட்டு துணிக்கைகள் ஓய்விலிருந்து விடப்படுகின்றன. துணிக்கை P ஆனது B ஐயும், துணிக்கை Q ஆனது C ஐயும் அடையாதெனக் கொண்டு, துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்களையும், இழையின் இழுவையையும் பின்வரும் நிலைமைகளின்போது காண்க.

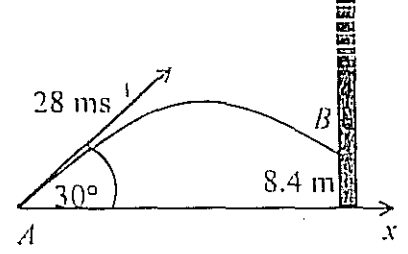


(a) AB யும் BC யும் ஒப்பமானதாக உள்ள நிலையில்,

(b) AB யும் BC யும் ஒரேமாதிரியான கரட்டுத்தன்மையைக் கொண்டுள்ளதுடன், உராய்வுக் குணகமானது $1/3$ ஆகவும் உள்ள நிலையில்.

இரண்டாவது நிலையில், இரு துணிக்கைகளும் d தூரம் அசைந்ததன்பின் உராய்வுக் காரணமாக ஏற்பட்ட சக்தி இழப்பினைக் காண்க.

- (06) ஒரு கோல்வ் (golf) பந்தானது புள்ளி A யிலிருந்து 28 ms^{-1} என்னும் வேகத்துடன் அடிக்கப்படுகின்றது. இதனது ஏற்றக்கோணமானது 30° ஆகும். பந்தானது புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீனமாக இயங்குகின்றது. கீழ்நோக்கிய பறப்பின்போது, நிலைக்குத்துச் சுவரில் மட்டம் A யிற்கு மேலே 8.4 m இலுள்ள ஒரு புள்ளி B இல் அடிக்கின்றது. வரிப்படத்தைப் பார்க்க.

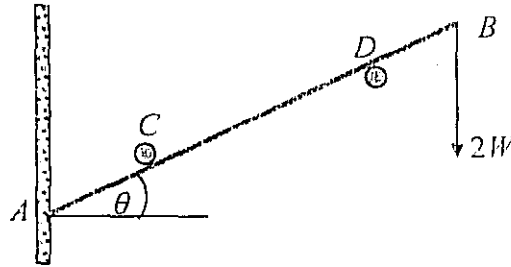


பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

- (a) மட்டம் A யிற்கு மேலே பந்தால் அடையக்கூடிய அதிகபடியான உயரம்.
- (b) சக்திக்காப்புத் தத்துவத்தைப் பாலித்தோ அல்லது வேறுவழியிலோ A யிலிருந்து B ஐ அடைய எடுத்தநேரத்தைக் காண்க.
- (c) பந்தானது சுவரினை அடிக்கும்போதான கதியினை ms^{-1} இல் 1 தசம தானத்திற்குக் காண்க.

($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ எனப் பாவிக்குக.)

- (07) W நிறையுடைய சீரான கோல் AB ஆனது கிடையுடன் θ கோணத்தை ஆக்குமாறு அதனது கீழ் அந்தம் ஒப்பமான நிலைக்கத்துச் சுவருடன் தொடுகையிலிருக்கத்தக்கவாறும், அது கோலைக் கொண்டுள்ளதளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் ஓய்வில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் இக் கோலானது முளை C ற்குக் கீழாகவும், முளை D ற்கு மேலாகவும் செல்கின்றது. இரு முளைகளும் நிலையாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் ஒப்பமானதாகவும், கிடையானதாகவும் இருப்பதோடு சுவருக்குச் சமாந்தரமாகவும் உள்ளன. மேலும் $2W$ நிறையானது B யில் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இங்கு $AC = DB = a$ ஆகவும் $CD = 2a$ ஆகவும் உள்ளன. C, D ஆகியவற்றிலுள்ள மறுதாக்கங்களைக் கண்டு, $\cos^2 \theta \geq \frac{9}{10}$ எனக் காட்டுக.



- (08) நான்கு சம அளவினதான சீரான AB, BC, CD மற்றும் DA என்னும் கோல்கள் ஒன்றோடொன்று சுயாதீனமாக இணைக்கப்பட்டு சதுரம் $ABCD$ ஆனது ஆக்கப்பட்டு, அத் தொகுதி புள்ளி A தொங்கவிடப்பட்டுள்ளதோடு AB, BC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகளை நளாஜிழையினால் இணைப்பதன்மூலம் சதுரவடிவம் பேணப்படுகின்றது. ஒவ்வொரு கோலினதும் நிறையானது W எனின்,

(i) கோல் BC இன் முட்டுக்கள் B, C ஆகியவற்றில் மறுதாக்கங்களைக் காண்க.

(ii) இணைக்கப்பட்ட இழையின் இழுவையானது $4W$ எனக் காட்டுக.