

The Open University of Sri Lanka
 Foundation Course in Science
 Final Examination 2009/2010
 MAF 1301/MAE 1301 - Pure Mathematics – Paper I



Duration :- 1 ½ Hours

Date :- 23-12-2009.

Time:- 1.30 pm. – 3.00 pm.

INSTRUCTIONS

Write down your Registration Number and Index Number on the dotted line below.

Reg. No. :

Index No. :

Question No.	Answer	Question No.	Answer
01.	(a) (b) (c) (d)	16.	(a) (b) (c) (d)
02.	(a) (b) (c) (d)	17.	(a) (b) (c) (d)
03.	(a) (b) (c) (d)	18.	(a) (b) (c) (d)
04.	(a) (b) (c) (d)	19.	(a) (b) (c) (d)
05.	(a) (b) (c) (d)	20.	(a) (b) (c) (d)
06.	(a) (b) (c) (d)	21.	(a) (b) (c) (d)
07.	(a) (b) (c) (d)	22.	(a) (b) (c) (d)
08.	(a) (b) (c) (d)	23.	(a) (b) (c) (d)
09.	(a) (b) (c) (d)	24.	(a) (b) (c) (d)
10.	(a) (b) (c) (d)	25.	(a) (b) (c) (d)
11.	(a) (b) (c) (d)	26.	(a) (b) (c) (d)
12.	(a) (b) (c) (d)	27.	(a) (b) (c) (d)
13.	(a) (b) (c) (d)	28.	(a) (b) (c) (d)
14.	(a) (b) (c) (d)	29.	(a) (b) (c) (d)
15.	(a) (b) (c) (d)	30.	(a) (b) (c) (d)

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானத்தில் அடிப்படைப் பாடநெறி
இறுதிப்பரீட்சை 2009/2010

MAF 1301/MAE 1301- தூய கணிதம்- வினாத்தாள் I

காலம் :- 1 ½ மணித்தியாலங்கள்

நாள் :- 23-12-2009

நேரம்:- பி.ப 01.30 – பி.ப 03.00

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் நான்கு விடைகள் (a), (b), (c) மற்றும் (d) என்றவாறு பெயரிடப்பட்டுத் தரப்பட்டுள்ளன. வினாவொன்றுக்கு உமது விடையினை நீர் தெரிவுசெய்யும்போது, பிரத்தியேகமாக வழங்கப்பட்ட விடைத்தாளில் உமது விடைக்கான எழுத்தின் மேல் (x) என்றவாறு குறியிடுக.

ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் ஒரு விடையை மட்டும் தரப்பட்ட பிரத்தியேகமாக விடைத்தாளில் அடையாளமிடுக.

தேவையான எல்லாக் கணிப்புக்களை வினாத்தாளின் மீது செய்க.

விடையளித்ததன் பின், உமது விடைத்தாளினை, இவ் வினாத்தாளின் மேலே இணைத்துவிடவும். விடைத்தாளில் குறிக்கப்பட்ட விடைகளே கணிப்புக்காகக் கருதப்படும்.

01. $\left(\frac{216}{343}\right)^{\frac{2}{3}}$ இற்குச் சமமானது,

(a) $\frac{36}{49}$ (b) $\frac{49}{36}$ (c) $\frac{-36}{49}$ (d) $\frac{-49}{36}$

02. $\frac{x^5}{x^{-5} \times x^5}$ இற்குச் சமமானது,

(a) x^{-5} (b) x^5 (c) 1 (d) 0

03. $\frac{\ln(40)}{\ln(8)}$ இற்குச் சமமானது,

(a) $\ln 5$ (b) $\ln(40) - \ln(8)$ (c) $1 + \frac{\ln(5)}{\ln(8)}$ (d) $\frac{\ln(5)}{\ln(2)}$

04. $\frac{x^3 + x^2 + x - 1}{(x^2 + 1)(x - 1)^2}$ என்பது A, B, C, D, E என்பன சார்பாக எவ்வடிவில் எடுத்துரைக்கப்படலாம்.

(a) $\frac{A}{x^2 + 1} + \frac{B}{x - 1} + \frac{C}{(x - 1)^2}$ (b) $\frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{(x - 1)^2} + \frac{D}{x - 1}$

(c) $\frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{(x - 1)^2}$ (d) $A + \frac{Bx + C}{x^2 + 1} + \frac{D}{x - 1} + \frac{E}{(x - 1)^2}$

05. α, β என்பன $ax^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்களாகும், இங்கு $a, c \neq 0$ ஆகும்.
 $\frac{1}{\alpha\beta^2} + \frac{1}{\beta\alpha^2}$ என்பதன் பெறுமானமானது.

- (a) $-\frac{b}{c}$ (b) $\frac{b}{c}$ (c) $\frac{-ba}{c^2}$ (d) $\frac{ab}{c^2}$

06. α, β என்பன $ax^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்களாகும் எனத்தரப்பட்டுள்ளது இங்கு
 $a, b, c \neq 0$. பின்வருவனவற்றில் எவற்றை சமன்பாடு $cx^2 + 2bx + 4a = 0$ ஆனது தீர்வுகளாகக்
கொண்டுள்ளது.

- (a) $\frac{1}{2\alpha}$ உம் $\frac{1}{2\beta}$ உம் (b) $\frac{-1}{2\alpha}$ உம் $\frac{-1}{2\beta}$ உம்
(c) $\frac{\alpha}{2}$ உம் $\frac{\beta}{2}$ உம் (d) $\frac{2}{\alpha}$ உம் $\frac{2}{\beta}$ உம்

07. $x^y = y^z$ எனவும், x, y, z நேர் மெய்யெண்களாகவும் தரப்பட்டின்,

- (a) $\log_x(y) = \log_y(x)$ (b) $y \ln(z) = x \ln(y)$
(c) $\log_y(x) = \log_z(y)$ (d) $y \ln(x) = z \ln(y)$

08. $(x^3 + 2x^2 - x + 6)$ ஐ $(x+3)$ ஆல் வகுக்கும்போது பெறப்படும் மீதியாவது,

- (a) -6 (b) 0 (c) 48 (d) 54

09. $6x^2 > 11x + 10$ இனது x இன் பெறுமானத்தின் முழுமையான தொடையானது,

- (a) $-\frac{2}{3} < x < \frac{5}{2}$ (b) $x < -\frac{2}{3}$ உம் $x > \frac{5}{2}$ உம்
(c) $-\frac{5}{2} < x < \frac{2}{3}$ (d) $x < -\frac{5}{2}$ உம் $x > \frac{2}{3}$ உம்

10. $|z| = 2$ ஆகவும் $\arg(z) = \frac{2\pi}{3}$ ஆகவும் அமையின், z ஆனது,

- (a) $-1 - \sqrt{3}i$ (b) $-1 + \sqrt{3}i$
(c) $-\sqrt{3} - i$ (d) $-\sqrt{3} + i$

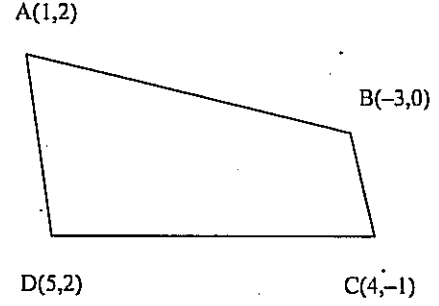
11. சிக்கலெண் $\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ இன் வீச்சுமானது,
- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $-\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{7\pi}{6}$ (d) $\frac{5\pi}{6}$
12. $(\sqrt{3} + i)^6$ இன் பெறுமானத்திற்கு சமனானது,
- (a) $\frac{1}{64}$ (b) $-\frac{1}{64}$ (c) 64 (d) -64
13. $\cos 3\theta + \cos 7\theta =$
- (a) $-2 \sin 5\theta \sin 2\theta$ (b) $2 \cos 2\theta \cos 5\theta$
(c) $2 \sin 2\theta \sin 5\theta$ (d) $2 \sin 2\theta \cos 5\theta$
14. n ஆல் எடுக்கும் எல்லா முழுவெண் பெறுமானங்களுக்கும் சமன்பாடு $\sin 2\theta = \sin 2\alpha$ இன் எல்லாத் தீர்வுகளையும் எடுக்கக்கூடியது,
- (a) $n\pi - (-1)^n 2\alpha$ (b) $2n\pi + (-1)^n 2\alpha$
(c) $n\pi + (-1)^n 2\alpha$ (d) $2n\pi - (-1)^n 2\alpha$
15. $\theta = \frac{13\pi}{6}$ ஆயின் $\cos \theta =$
- (a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
16. கூர்ங்கோணம் α சார்பாக $7 \cos \theta + 24 \sin \theta$ ஆனது தெரிவிக்கக்கூடிய வடிவமானது,
- (a) $25 \cos(\theta - \alpha)$ (b) $25 \sin(\theta + \alpha/2)$
(c) $25 \cos(\theta + \alpha)$ (d) $25 \sin(\theta - \alpha/2)$
17. $A + B + C = \pi$ ஆயின், $\tan(A + 2\theta) + \tan(B - \theta) + \tan(C - \theta)$ இற்குச் சமனானது,
- (a) 0 (b) $\tan 3\theta$
(c) $\tan(A + 2\theta) \tan(B - \theta) \tan(C - \theta)$ (d) $\tan \theta$

18. $t = \tan \theta$ எனின், $\frac{\sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$ இன் பெறுமானத்திற்குச் சமமானது,

- (a) $\frac{-1}{t}$ (b) $\frac{1}{t}$ (c) t (d) $-t$

பின்வரும் வரிப்படத்தைப் பயன்படுத்தி வினாக்கள் (19) தொடக்கம் (22)வரையான (22) வினாக்களுக்கு விடையளிக்குக.

A(1,2), B(-3,4), C(4,-1) மற்றும் D(5,-2) என்பன நாற்பக்கல் ABCD இன் உச்சிகளாகும்.



19. கோட்டுத்துண்டம் AC இன் நீளமானது,

- (a) $2\sqrt{3}$ (b) $2\sqrt{2}$
(c) $3\sqrt{2}$ (d) 2

20. கோட்டுத்துண்டம் BD இன் நடுப்புள்ளியின் ஆள்கூறானது,

- (a) (1,1) (b) (1,-1) (c) (-1,1) (d) (-4,1)

21. கோடு AB இன் படித்திறனானது,

- (a) 1 (b) -1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

22. DC மற்றும் CB ஆகியவற்றிற்கிடையிலான கூர்ங்கோணமானது,

- (a) $\tan^{-1}\left(\frac{22}{4}\right)$ (b) $\tan^{-1}(2)$
(c) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{22}\right)$

23. B இனூடாக கோடு AC இற்குச் சமாந்தரமாகச் செல்லும் கோட்டின் சமன்பாடானது,

- (a) $x - y + 3 = 0$ (b) $x + y + 3 = 0$
(c) $x + y - 3 = 0$ (d) $x - y - 3 = 0$

24. புள்ளி (a,-b) ஐ மையமாகவும், உற்பத்தியினூடாகச் செல்லுவதுமான வட்டமொன்றினது சமன்பாடானது,

- (a) $x^2 + y^2 + ax - by = 0$ (b) $x^2 + y^2 - ax + by = 0$
(c) $x^2 + y^2 + 2ax - 2by = 0$ (d) $x^2 + y^2 - 2ax + 2by = 0$

25. வட்டங்கள் C_1 மற்றும் C_2 என்பனவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $x^2 + y^2 - 4y = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 - 4x = 0$ என்பனவாகும். புள்ளி $(1,1)$ ஆனது காணப்படுவது,

- (a) இரு வட்டங்களுக்கும் வெளிப்பக்கமாக (b) இரு வட்டங்களுக்கும் உட்பக்கமாக
(c) C_1 இன் பரிதியில் (d) C_1 உட்பக்கமாகவும், C_2 வெளிப்பக்கமாகவும்

26. $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{x^{-n} - a^{-n}}{x - a} \right)$ இற்குச் சமனானது,

- (a) na^{n-1} (b) $-na^{n-1}$ (c) $-na^{-n-1}$ (d) $-na^{1-n}$

27. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 5x + x}{\sin 5x - x} \right) =$

- (a) $\frac{3}{2}$ (b) 3 (c) -3 (d) -4

28. $\frac{d}{dx} (\ln |2x^3|) =$

- (a) $\frac{3}{x}$ (b) $\frac{x}{3}$ (c) $\frac{1}{2x^3}$ (d) $6x^2$

29. சார்பு $y = x^3 - 3x - 3$ இற்கான நிலையான பெறுமானமாக இருப்பது,

- (a) $x = \pm 2, y = -5, -1$ (b) $x = \pm 1, y = 5, 1$
(c) $x = \pm 1, y = -5, -1$ (d) $x = \pm 2, y = 1, 5$

30. $\frac{d}{dx} (2^x) =$

- (a) $x \ln(2)$ (b) $2 \ln|x|$
(c) $2x \ln(2)$ (d) $\ln|2| \cdot 2^x$

*****முழுப்பதிப்புரிமையுடையது*****

The Open University of Sri Lanka
 Foundation Course in Science
 Final Examination 2009/2010
 MAF 1301/MAE 1301 - Pure Mathematics – Paper I

Duration :- 1 ½ Hours

Date :- 23-12-2009

Time:- 01.30 p.m. – 03.00 a.m.

Answer All questions.

For each question there are **four** suggested answers labeled (a), (b), (c) and (d). When you have selected your answer to a question, draw a cross (×) on the letter for the answer you have chosen in the **Separate Answer Sheet** provided.

Mark only one answer for each question on the separate answer sheet.

Where necessary do all computations on the question paper.

When you have finished answering, please attach your answer sheet at the top of this question paper. Only the answers marked on the **Answer Sheet** will be considered for evaluation.

01. $\left(\frac{216}{343}\right)^{\frac{2}{3}}$ is equal to

(a) $\frac{36}{49}$ (b) $\frac{49}{36}$ (c) $\frac{-36}{49}$ (d) $\frac{-49}{36}$

02. $\frac{x^5}{x^{-5} \times x^5}$ is equal to

(a) x^{-5} (b) x^5 (c) 1 (d) 0

03. $\frac{\ln(40)}{\ln(8)}$ is equal to

(a) $\ln 5$ (b) $\ln(40) - \ln(8)$ (c) $1 + \frac{\ln(5)}{\ln(8)}$ (d) $\frac{\ln(5)}{\ln(2)}$

04. $\frac{x^3 + x^2 + x - 1}{(x^2 + 1)(x - 1)^2}$ can be expressed, with A, B, C, D, E , constants, in the form

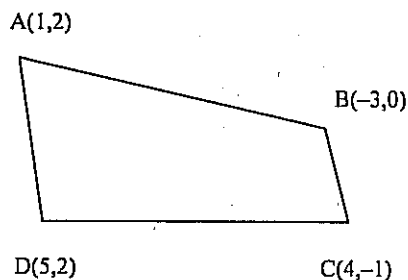
(a) $\frac{A}{x^2 + 1} + \frac{B}{x - 1} + \frac{C}{(x - 1)^2}$ (b) $\frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{(x - 1)^2} + \frac{D}{x - 1}$

(c) $\frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{(x - 1)^2}$ (d) $A + \frac{Bx + C}{x^2 + 1} + \frac{D}{x - 1} + \frac{E}{(x - 1)^2}$

05. The roots of the quadric equation $ax^2 + bx + c = 0$, where $a, c \neq 0$ are α and β .
The value of $\frac{1}{\alpha\beta^2} + \frac{1}{\beta\alpha^2} =$
- (a) $\frac{-b}{c}$ (b) $\frac{b}{c}$ (c) $\frac{-ba}{c^2}$ (d) $\frac{ab}{c^2}$
06. Given that the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$, where $a, b, c \neq 0$ are α and β . Then the roots of the equation $cx^2 + 2bx + 4a = 0$.
- (a) $\frac{1}{2\alpha}$ and $\frac{1}{2\beta}$ (b) $\frac{-1}{2\alpha}$ and $\frac{-1}{2\beta}$
- (c) $\frac{\alpha}{2}$ and $\frac{\beta}{2}$ (d) $\frac{2}{\alpha}$ and $\frac{2}{\beta}$
07. Given that $x^y = y^z$ where x, y, z are positive real numbers, then
- (a) $\log_x(y) = \log_y(x)$ (b) $y \ln(z) = x \ln(y)$
- (c) $\log_y(x) = \log_x(y)$ (d) $y \ln(x) = z \ln(y)$
08. The remainder when $(x^3 + 2x^2 - x + 6)$ is divided by $(x+3)$ is
- (a) -6 (b) 0 (c) 48 (d) 54
09. The complete set of values of x for which $6x^2 > 11x + 10$ is
- (a) $-\frac{2}{3} < x < \frac{5}{2}$ (b) $x < -\frac{2}{3}$ and $x > \frac{5}{2}$
- (c) $-\frac{5}{2} < x < \frac{2}{3}$ (d) $x < -\frac{5}{2}$ and $x > \frac{2}{3}$
10. Given that $|z| = 2$ and $\arg(z) = \frac{2\pi}{3}$ then $z =$
- (a) $-1 - \sqrt{3}i$ (b) $-1 + \sqrt{3}i$
- (c) $-\sqrt{3} - i$ (d) $-\sqrt{3} + i$
11. The amplitude of the complex number $\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ is
- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $-\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{7\pi}{6}$ (d) $\frac{5\pi}{6}$

12. The value of $(\sqrt{3} + i)^6$ is equal to
- (a) $\frac{1}{64}$ (b) $-\frac{1}{64}$ (c) 64 (d) -64
13. $\cos 3\theta + \cos 7\theta =$
- (a) $-2 \sin 5\theta \sin 2\theta$ (b) $2 \cos 2\theta \cos 5\theta$
(c) $2 \sin 2\theta \sin 5\theta$ (d) $2 \sin 2\theta \cos 5\theta$
14. All solutions of the equations $\sin 2\theta = \sin 2\alpha$ are obtained by taking all integers values of n is
- (a) $n\pi - (-1)^n 2\alpha$ (b) $2n\pi + (-1)^n 2\alpha$
(c) $n\pi + (-1)^n 2\alpha$ (d) $2n\pi - (-1)^n 2\alpha$
15. If $\theta = \frac{13\pi}{6}$ then $\cos \theta =$
- (a) $\frac{-1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$
16. $7 \cos \theta + 24 \sin \theta$ can be expressed with α acute in the form
- (a) $25 \cos(\theta - \alpha)$ (b) $25 \sin(\theta + \frac{\alpha}{2})$
(c) $25 \cos(\theta + \alpha)$ (d) $25 \sin(\theta - \frac{\alpha}{2})$
17. If $A + B + C = \pi$ the $\tan(A + 2\theta) + \tan(B - \theta) + \tan(C - \theta)$ is equal to
- (a) 0 (b) $\tan 3\theta$
(c) $\tan(A + 2\theta) \tan(B - \theta) \tan(C - \theta)$ (d) $\tan \theta$
18. If $t = \tan \theta$ the value of $\frac{\sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$ is equal to
- (a) $\frac{-1}{t}$ (b) $\frac{1}{t}$ (c) t (d) $-t$

Make use of the following diagram for questions (19) to (22). A(1,2), B(-3,4), C(4,-1) and D(5,-2) are the vertices of the quadrilateral ABCD.



19. The length of the line segment AC is
- (a) $2\sqrt{3}$ (b) $2\sqrt{2}$ (c) $3\sqrt{2}$ (d) 2

20. The co ordinate of the mid point of the line segment BD is
 (a) (1,1) (b) (1,-1) (c) (-1,1) (d) (-4,1)
21. The gradient of the line AB is
 (a) 1 (b) -1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$
22. The acute angle between DC and CB will be
 (a) $\tan^{-1}\left(\frac{22}{4}\right)$ (b) $\tan^{-1}(2)$
 (c) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{22}\right)$
23. The equation of the line through B parallel to the line AC is
 (a) $x - y + 3 = 0$ (b) $x + y + 3 = 0$
 (c) $x + y - 3 = 0$ (d) $x - y - 3 = 0$
24. A circle, whose centre is the point (a,-b) passes through the origin the equation of the circle is
 (a) $x^2 + y^2 + ax - by = 0$ (b) $x^2 + y^2 - ax + by = 0$
 (c) $x^2 + y^2 + 2ax - 2by = 0$ (d) $x^2 + y^2 - 2ax + 2by = 0$
25. The circles C_1 and C_2 have equation $x^2 + y^2 - 4y = 0$ and $x^2 + y^2 - 4x = 0$ respectively. The point (1,1) lies
 (a) outside both circles (b) inside both circles
 (c) on circumference of C_1 (d) inside C_1 and outside C_2
26. $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{x^{-n} - a^{-n}}{x - a} \right)$ is equal to
 (a) na^{n-1} (b) $-na^{n-1}$ (c) $-na^{-n-1}$ (d) $-na^{1-n}$
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 5x + x}{\sin 5x - x} \right) =$
 (a) $\frac{3}{2}$ (b) 3 (c) -3 (d) -4
28. $\frac{d}{dx} (\ln |2x^3|) =$
 (a) $\frac{3}{x}$ (b) $\frac{x}{3}$ (c) $\frac{1}{2x^3}$ (d) $6x^2$

29. There is a stationary value for the function $y = x^3 - 3x - 3$

(a) $x = \pm 2, y = -5, -1$ (b) $x = \pm 1, y = 5, 1$

(c) $x = \pm 1, y = -5, -1$ (d) $x = \pm 2, y = 1, 5$

30. $\frac{d}{dx}(2^x) =$

(a) $x \ln(2)$ (b) $2 \ln|x|$

(c) $2x \ln(2)$ (d) $\ln|2| \cdot 2^x$



ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව පිළිබඳ පදනම් පාඨමාලාව
අවසාන පරීක්ෂණය -2009/2010

MAF 1301/MAE 1301- ශුද්ධ ගණිතය - ප්‍රශ්න පත්‍රය I

කාලය පැය 1 1/2 යි.

දිනය : 2009.12.23

වේලාව -ප.ව. 01.30 - ප.ව.03.30

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා (a),(b),(c) හා (d) යනුවෙන් නම් කරන ලද පිළිතුරු හතරක් දී තිබේ. නිවැරදි යයි ඔබ තෝරා ගනු ලබන පිළිතුරට අදාළ අක්ෂරය, ප්‍රශ්න පත්‍රයට අතිරේකව සපයා ඇති පිළිතුරු පත්‍රයෙන් තෝරා, එය මත කතිරයක් (X) ගසන්න.

එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු කළ යුත්තේ එක් පිළිතුරක් පමණි.

පිළිතුරු සපයා අවසන් වූ පසු එම පිළිතුරු පත්‍රිකාව මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ මුලට අමුණා ඉදිරිපත් කළ යුතුය.

පිළිතුරු ඇගයීමේදී සලකා බලනු ලබන්නේ පිළිතුරු පත්‍රිකාවේ සඳහන් කරනු ලබන පිළිතුරු පමණක් බව සලකන්න.

01. $\left(\frac{216}{343}\right)^{\frac{2}{3}}$ සමාන වනුයේ
 (a) $\frac{36}{49}$ (b) $\frac{49}{36}$ (c) $\frac{-36}{49}$ (d) $\frac{-49}{36}$
02. $\frac{x^5}{x^{-5} \times x^5}$ සමාන වනුයේ
 (a) x^{-5} (b) x^5 (c) 1 (d) 0
03. $\frac{\ln(40)}{\ln(8)}$ සමාන වනුයේ
 (a) $\ln 5$ (b) $\ln(40) - \ln(8)$ (c) $1 + \frac{\ln(5)}{\ln(8)}$ (d) $\frac{\ln(5)}{\ln(2)}$
04. $\frac{x^3 + x^2 + x - 1}{(x^2 + 1)(x - 1)^2}$ A, B, C, D, හා E නියත වන ලෙස ප්‍රකාශ කලවිට,
 (a) $\frac{A}{x^2 + 1} + \frac{B}{x - 1} + \frac{C}{(x - 1)^2}$ (b) $\frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{(x - 1)^2} + \frac{D}{x - 1}$
 (c) $\frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{(x - 1)^2}$ (d) $A + \frac{Bx + C}{x^2 + 1} + \frac{D}{x - 1} + \frac{E}{(x - 1)^2}$

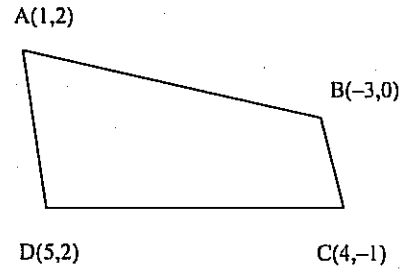
05. $ax^2+bx+c=0$, මූල α හා β නම් ද, $a, c \neq 0$ නම් ද,

$$\frac{1}{\alpha\beta^2} + \frac{1}{\beta\alpha^2} =$$
- (a) $\frac{-b}{c}$ (b) $\frac{b}{c}$ (c) $\frac{-ba}{c^2}$ (d) $\frac{ab}{c^2}$
06. $ax^2+bx+c=0$, මූල α හා β වේ. මෙහි $a, b, c \neq 0$, $cx^2+2bx+4a=0$.
සමීකරණයේ මූල වනුයේ
- (a) $\frac{1}{2\alpha}$ හා $\frac{1}{2\beta}$ (b) $\frac{-1}{2\alpha}$ හා $\frac{-1}{2\beta}$
- (c) $\frac{\alpha}{2}$ හා $\frac{\beta}{2}$ (d) $\frac{2}{\alpha}$ හා $\frac{2}{\beta}$
07. $x^y = y^z$ වනසේ x, y, z යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යා පවතී. එවිට
- (a) $\log_x(y) = \log_y(x)$ (b) $y \ln(z) = x \ln(y)$
- (c) $\log_y(x) = \log_z(y)$ (d) $y \ln(x) = z \ln(y)$
08. $(x^3 + 2x^2 - x + 6)$ යන්න $(x+3)$ න් බෙදවීමේ ශේෂය වනුයේ
- (a) -6 (b) 0 (c) 48 (d) 54
09. $6x^2 > 11x + 10$ සපුරාලන x සමීකරණ අගය කුලකය වනුයේ,
- (a) $-\frac{2}{3} < x < \frac{5}{2}$ (b) $x < -\frac{2}{3}$ and $x > \frac{5}{2}$
- (c) $-\frac{5}{2} < x < \frac{2}{3}$ (d) $x < -\frac{5}{2}$ and $x > \frac{2}{3}$
10. $|z|=2$ සහ විස්ථා $\arg(z) = \frac{2\pi}{3}$ නම් $z =$
- (a) $-1 - \sqrt{3}i$ (b) $-1 + \sqrt{3}i$
- (c) $-\sqrt{3} - i$ (d) $-\sqrt{3} + i$
11. $\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ විස්ථාරය වනුයේ,
- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $-\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{7\pi}{6}$ (d) $\frac{5\pi}{6}$

12. $(\sqrt{3}+i)^6$ අගය සමාන වනුයේ,
 (a) $\frac{1}{64}$ (b) $-\frac{1}{64}$ (c) 64 (d) -64
13. $\cos 3\theta + \cos 7\theta =$
 (a) $-2\sin 5\theta \sin 2\theta$ (b) $2\cos 2\theta \cos 5\theta$
 (c) $2\sin 2\theta \sin 5\theta$ (d) $2\sin 2\theta \cos 5\theta$
14. $\sin 2\theta = \sin 2\alpha$ සමීකරණයේ සියළුම විසඳුම් n නිඛිලයක් වන
 (a) $n\pi - (-1)^n 2\alpha$ (b) $2n\pi + (-1)^n 2\alpha$
 (c) $n\pi + (-1)^n 2\alpha$ (d) $2n\pi - (-1)^n 2\alpha$
15. $\theta = \frac{13\pi}{6}$ නම් $\cos \theta =$
 (a) $\frac{-1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$
16. α යනු සුළුකෝණයක් වුව $7\cos \theta + 24\sin \theta$ ප්‍රකාශ කල හැක්කේ,
 (a) $25\cos(\theta - \alpha)$ (b) $25\sin(\theta + \frac{\alpha}{2})$
 (c) $25\cos(\theta + \alpha)$ (d) $25\sin(\theta - \frac{\alpha}{2})$
17. $A+B+C = \pi$ නම් $\tan(A+2\theta) + \tan(B-\theta) + \tan(C-\theta)$ සමාන වනුයේ
 (a) 0 (b) $\tan 3\theta$
 (c) $\tan(A+2\theta)\tan(B-\theta)\tan(C-\theta)$ (d) $\tan \theta$
18. $t = \tan \theta$ නම් $\frac{\sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$ සමාන වනුයේ
 (a) $\frac{-1}{t}$ (b) $\frac{1}{t}$ (c) t (d) $-t$

(19) සිට (22) දක්වා ප්‍රශ්නවලට පහත සඳහන් රූපය උපයෝගී කොට ගන්න

ABCD වතුරයේ A(1,2), B(-3,4), C(4,-1) සහ D(5,-2) වේ.



19. AC රේඛාවේ දිග වනුයේ
 (a) $2\sqrt{3}$ (b) $2\sqrt{2}$ (c) $3\sqrt{2}$ (d) 2
20. BD රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක වනුයේ
 (a) (1,1) (b) (1,-1) (c) (-1,1) (d) (-4,1)
21. AB රේඛාවේ අනුක්‍රමණය වනුයේ
 (a) 1 (b) -1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$
22. DC හා CB රේඛා දෙක අතර සුළු කෝණය වනුයේ
 (a) $\tan^{-1}\left(\frac{22}{4}\right)$ (b) $\tan^{-1}(2)$
 (c) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{22}\right)$
23. AC රේඛාවට සමාන්තරව B හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය වනුයේ,
 (a) $x-y+3=0$ (b) $x+y+3=0$
 (c) $x+y-3=0$ (d) $x-y-3=0$
24. කේන්ද්‍රය (a,-b) වූද මූල ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූද වෘත්තයේ සමීකරණය වනුයේ
 (a) $x^2+y^2+ax-by=0$ (b) $x^2+y^2-ax+by=0$
 (c) $x^2+y^2+2ax-2by=0$ (d) $x^2+y^2-2ax+2by=0$
25. C_1 හා C_2 යනු පිළිවෙලින් $x^2+y^2-4y=0$ සහ $x^2+y^2-4x=0$ වන වෘත්ත දෙකකි. P (1,1) ලක්ෂ්‍යය
 (a) වෘත්ත දෙකේම පිටත පිහිටයි.
 (b) වෘත්ත දෙකේම ඇතුළත පිහිටයි.
 (c) C_1 වෘත්තයේ පරිධිය මත පිහිටයි.
 (d) C_1 වෘත්තය තුළද C_2 වෘත්තයේ පිටතද පිහිටයි.

26. $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{x^{-n} - a^{-n}}{x - a} \right)$ සමාන වනුයේ
- (a) na^{n-1} (b) $-na^{n-1}$ (c) $-na^{-n-1}$ (d) $-na^{1-n}$
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 5x + x}{\sin 5x - x} \right) =$
- (a) $\frac{3}{2}$ (b) 3 (c) -3 (d) -4
28. $\frac{d}{dx} (\ln |2x^3|) =$
- (a) $\frac{3}{x}$ (b) $\frac{x}{3}$ (c) $\frac{1}{2x^3}$ (d) $6x^2$
29. $y = x^3 - 3x - 3$ වනුයේ ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයන් වනුයේ.
- (a) $x = \pm 2, y = -5, -1$ (b) $x = \pm 1, y = 5, 1$
(c) $x = \pm 1, y = -5, -1$ (d) $x = \pm 2, y = 1, 5$
30. $\frac{d}{dx} (2^x) =$
- (a) $x \ln(2)$ (b) $2 \ln|x|$
(c) $2x \ln(2)$ (d) $\ln|2| \cdot 2^x$



ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව පිළිබඳ පදනම් පාඨමාලාව -2009/2010
අවසාන පරීක්ෂණය - 2009

MAF 1301/MAE 1301- ශුද්ධ ගණිතය - ප්‍රශ්න පත්‍රය II

කාලය පැය (03) තුනයි .

දිනය : 2009.12.23

වේලාව -පෙ.ව. 09.30 - ප.ව.12.30

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

01. (i) තැකිතරම් සුළු කරන්න.

$$\left(\frac{a^4 - x^4}{a^2 - 2ax + x^2} \right) \div \left(\frac{a^3 + x^3}{ax^2 - x^3} \times \frac{a^2x^2 + x^4}{a^2 - ax + x^2} \right)$$

(ii) සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

$$\log_2(xy) = 7 \quad \log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = 5$$

(iii) $x^2 - px + q = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල α, β හා නම් මූලයන් $\frac{\alpha+1}{\beta}$ සහ $\frac{\beta+1}{\alpha}$ වන සමීකරණය ලියන්න.

02. (i) $f(x) = (\cos 7x + \cos x)^2 + (\sin 7x + \sin x)^2$ බව දී ඇත.

(අ) $f(x) = 4 \cos^2 3x$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) $f(x)$ හි වැඩිතම හා අඩුතම අගයන් ලියන්න.

$$\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta} \text{ බව කාඩනය කරන්න.}$$

(ii) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ සහ $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{9}{13}\right)$ නම් $\tan(3\theta - \alpha) = 1$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\sin 2\theta + \cos 2\theta = \sin \theta - \cos \theta + 1$ සමීකරණයේ කාඩාරණ විසඳුම රේඛීයය ඇසුරෙන් සොයන්න.

03. (i) x හි ආරෝහණ පටිපාටියට ලියන ලද $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ ප්‍රකාරණයේ x^2 ගේ සංගුණකය $\frac{7}{16}$ වේ. n යනු ධන නිඛිලයකි.
- (අ) n හි අගය කොයන්න. (ආ) x^6 අඩංගු පදයේ සංගුණකය කොයන්න.
- (ii) පිරිමි ප්‍රමුක් හතර දෙනෙක් සහ ගැහැණු ප්‍රමුක් හය දෙනෙක් එකලක ආසන පේළියක වාඩි කරවා ඇත.
- (අ) කුමන ආකාර ගණනකට වාඩිවිය හැකි ද?
- (ආ) පහත සඳහන් අවස්ථාවලදී වාඩිවිය හැකි ආකාර ගණන කොයන්න.
- (α) කෙළවරවල් දෙකේ ගැහැණු ප්‍රමුක් සිටින සේ
- (β) පිරිමි ප්‍රමුක් සියලු දෙනාම එකට සිටින සේ
- (γ) පිරිමි ප්‍රමුක් සියලු දෙනාම පේළියේ එක් කෙලවරක සිටින සේ

04. (i) $\frac{9x}{(1+x)(1-2x)^2}$ ප්‍රකාශනය හිඟන භාගවලට වෙන්කරන්න.
- (ii) $x^3 + ax^2 + (b-2)x + c - 1$ ප්‍රකාශනයේ $(x-2)$ සහ $(x-3)$ සාධක වේ. $(x-3)$ යන්න $x^3 + ax^2 + bx$ යන ප්‍රකාශනයේදී සාධකයක් වේ. a, b හා c අගයන්න.
- (iii) සියළුම තාත්වික x සඳහා

$$0 < \frac{1}{x^2 + 10x + 27} \leq \frac{1}{2} \quad \text{ඔව පෙන්වන්න.}$$

05. (i) පහත සඳහන් ප්‍රකාශන $a+ib$ ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $i^2 = -1$ වේ.
- (අ) $\frac{(1+i)(2+i)}{3+i}$ (ආ) $\sqrt{\frac{1+i}{1-i}}$
- (ii) සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක මාපාංකය හා විස්තාරය අර්ථ දැක්වන්න.
- (අ) $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ නම් එම z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවල විස්තාර අතර වෙනස $\frac{\pi}{2}$ ඔව පෙන්වන්න.
- (ආ) විස්තාර $\left\{ \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \right\} = \frac{\pi}{2}$ නම් $|z_1| = |z_2|$ ඔව පෙන්වන්න.

06. $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ වෘත්තය හා $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ වෘත් ප්‍රමුඛව ජේදනය වීම සඳහා අවශ්‍යතාවය ලියන්න.

$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$ වෘත්තය හා $x - y + 1 = 0$ සරල රේඛාව A හා B හිදී ජේදනය වේ.

- (i) AB විෂ්කම්භය වන වෘත්තයේ සමීකරණයද
- (ii) A හා B කරනා යන්නා වූ ද ද ඇති වෘත්තය ප්‍රමුඛව ජේදනය කරන්නා වූද වෘත්තයේ සමීකරණයද සොයන්න.

07. x හා y අක්ෂයන් මත පිළිවෙල a හා b අන්ත:ඛණ්ඩ ජේදනය කරන AB සරල රේඛාවේ සමීකරණය $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ බව සාධනය කරන්න. x හා y අක්ෂයන් මත

පිළිවෙලින් $\frac{a^2}{h}$ සහ $\frac{b^2}{k}$ අන්ත:ඛණ්ඩයන් ජේදනය කරන CD සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලියන්න. AB හා CD සරල රේඛා දෙක ජේදනය වන Q ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(h, k) ලක්ෂ්‍ය AB මත වේ නම් Q සහ මූල ලක්ෂ්‍යය සාකරන සරල රේඛාවේ සමීකරණය $hx + ky = 0$ බව පෙන්වන්න.

08. (i) ප්‍රමුඛවර්ත මගින් $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$ බව පෙන්වන්න.

(ii) පහත සඳහන් ශ්‍රිත x විෂයයේ අවකලනය කරන්න.

(අ) $x^3 \tan^3(x^3)$ (ආ) $\ln|\sec x + \tan x|$ (ඇ) $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$

(iii) $y = \sin(m \sin^{-1}(x))$ නම්

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + m^2y = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

හිමිකම් ඇවිරිණි.



இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானத்தில் அடிப்படைப் பாடநெறி
இறுதிப்பரீட்சை 2009/2010

MAF 1301/MAE 1301- தூய கணிதம் - வினாத்தாள் II

காலம் :- 3 மணித்தியாலங்கள்

நாள் :- 23-12-2009

நேரம்:- முய 09.30 - பிய 12.30

ஐந்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

01. i. இயன்றவரை சுருக்குக.

$$\left(\frac{a^4 - x^4}{a^2 - 2ax + x^2} \right) \div \left(\frac{a^3 + x^3}{ax^2 - x^3} \times \frac{a^2x^2 + x^4}{a^2 - ax + x^2} \right)$$

ii. பின்வரும் ஒருங்கமைசமன்பாடுகளைத் தீர்க்குக.

$$\log_2(xy) = 7 \quad \log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = 5$$

iii. சமன்பாடு $x^2 - px + q = 0$ இன் தீர்வுகள் α, β எனக் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளன. $\frac{\alpha+1}{\beta}$ மற்றும் $\frac{\beta+1}{\alpha}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

02. i. $f(x) = (\cos 7x + \cos x)^2 + (\sin 7x + \sin x)^2$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

(a) $f(x) = 4 \cos^2 3x$ எனக் காட்டுக.

(b) $f(x)$ இன் அதிகூடிய பெறுமானத்தையும், அதிகுறைந்த பெறுமானத்தையும் எழுதுக.

ii. $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$ எனக் காட்டுக.

(a) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ மற்றும் $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{9}{13}\right)$ ஆயின், $\tan(3\theta - \alpha) = 1$ எனக் காட்டுக.

iii. $\sin 2\theta + \cos 2\theta = \sin \theta - \cos \theta + 1$ என்னும் சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வுகளை ஆராய்களில் காண்க.

03. i. $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ இனது ஈருறுப்பு விரிவில் x இன் வலுவானது அதிகரித்துச் செல்லும்

நிலையில், x^2 இன் குணகமானது $\frac{7}{16}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. இங்கு n ஆனது ஒரு நேர் முழுவெண்ணாகும்.

(a) n இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) இவ் விரிவில், x^6 இன் குணகத்தைக் காண்க.

ii. நான்கு ஆண்களையும், ஆறு பெண்களையும் கொண்ட குழுவினர் ஒரு நிரையில் அமர்ந்துள்ளனர்.

(a) எத்தனை சாத்தியமான வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தலாம்?

(b) பின்வருவனவற்றை எத்தனை வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தலாம்.

(α) ஒவ்வொரு வழியிலும் இறுதியில் பெண் இருத்தல்

(β) எல்லா ஆண்களும் ஒன்றாக இருத்தல்

(γ) எல்லா ஆண்களும் ஒன்றாக நிரையின் ஒரு முடிவிடத்தில் இருத்தல்

04 i. $\frac{9x}{(1+x)(1-2x)^2}$ ஐ பகுதிப் பின்னமாக எடுத்துரைக்க.

ii. $(x-2)$ மற்றும் $(x-3)$ ஆகிய இரண்டும் மூன்றாம் படி பல்லுறுப்பி $x^3 + ax^2 + (b-2)x + c - 1$ இன் காரணிகளாகும். மேலும் $(x-3)$ என்பது மூன்றாம் படி பல்லுறுப்பி $x^3 + ax^2 + bx$ இன் காரணியாகுமெனத் தரப்பட்டுள்ளன. a, b மற்றும் c ஆகியவற்றைப் பெறுக.

iii. எல்லா மெய் x களுக்கும் $0 < \frac{1}{x^2 + 10x + 27} \leq \frac{1}{2}$ என்பதனை நிறுவுக.

05 i. $a+ib$ என்னும் வடிவில் எடுத்துரைக்க. இங்கு $i^2 = -1$ ஆகும்.

(a) $\frac{(1+i)(2+i)}{3+i}$

(b) $\sqrt{\frac{1+i}{1-i}}$

ii. சிக்கலெண் ஒன்றின் மட்டு மற்றும் வீச்சம் என்பனவற்றை வரையறுக்க.

பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

(a) $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ எனின், z_1 மற்றும் z_2 ஆகியவற்றின் வீச்சங்களின் வித்தியாசம் $\frac{\lambda}{2}$,

(b) வீச்சம் $\left\{ \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \right\} = \frac{\pi}{2}$ எனின் $|z_1| = |z_2|$.

06 வட்டங்கள் $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ என்பன நிமிர் கோணமாக இருப்பதற்கான நிபந்தனையை தெரிவிக்கുക.

வட்டம் $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$ மற்றும் $x - y + 1 = 0$ என்பன A மற்றும் B இடைவெட்டுகின்றன. பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(a) AB ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு

(c) A மற்றும் B இனுடாகச் செல்வதும் தரப்பட்ட வட்டத்திற்கு நிமிர் கோணமாகும் வட்டத்தின் சமன்பாடு

07 x -அச்ச மற்றும் y -அச்ச ஆகியவற்றை a மற்றும் b ஆகியவற்றில் வெட்டும் நேர்கோடு AB யின் சமன்பாடானது $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ஆல் வகைகுறிக்கப்படலாமென நிறுவுக.

x மற்றும் y - அச்சக்களை முறையே $\frac{a^2}{h}$, $\frac{b^2}{k}$ ஆகியவற்றில் வெட்டும் நேர்கோடு CD இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. கோடுகள் AB மற்றும் CD என்பன இடைவெட்டும் புள்ளி Q இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. புள்ளி (h, k) ஆனது AB மீது இருக்குமாயின், Q ஐ உற்பத்தியுடன் இணைக்கும் கோடானது $hx + ky = 0$ என நிறுவுக.

08 i. முதற் தத்துவத்தைப் பாவித்து $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$ ஐ நிறுவுக.

ii. x குறித்து வகையிடுக.

(a) $x^3 \tan^3(x^3)$

(b) $\ln|\sec x + \tan x|$

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$

iii. $y = \sin(m \sin^{-1}(x))$ எனின், $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + m^2y = 0$ என நிறுவுக.

*****முழுப்பதிப்புரிமையுடையது*****

The Open University of Sri Lanka
 Foundation Course in Science
 Final Examination 2009/2010
 MAF 1301/ MAE 1301 – Pure Mathematics – Paper II



Duration: Three (3) Hours

Date : 23-12-2009

Time : 9.30 am – 12.30 pm

Answer FIVE Questions only.

1. i. Simplify as far as possible

$$\left(\frac{a^4 - x^4}{a^2 - 2ax + x^2} \right) \div \left(\frac{a^3 + x^3}{ax^2 - x^3} \times \frac{a^2x^2 + x^4}{a^2 - ax + x^2} \right)$$

- ii. Solve the simultaneous equations

$$\log_2(xy) = 7 \quad \log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = 5$$

- iii. The roots of the equations $x^2 - px + q = 0$ are denoted α, β . Find the quadratic equation whose roots are $\frac{\alpha+1}{\beta}$ and $\frac{\beta+1}{\alpha}$

2. i. Given that $f(x) = (\cos 7x + \cos x)^2 + (\sin 7x + \sin x)^2$

(a) Show that $f(x) = 4 \cos^2 3x$

(b) Write down greatest and least value of $f(x)$

- ii. Show that $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$

(a) If $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ and $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{9}{13}\right)$ show that $\tan(3\theta - \alpha) = 1$

- iii. Find the general solution in radians of the equation $\sin 2\theta + \cos 2\theta = \sin \theta - \cos \theta + 1$

3. i. In the binomial expansion $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ is ascending powers of x , the coefficient of

x^2 is $\frac{7}{16}$ given that n is a positive integer.

(a) Find the value of n

(b) Evaluate the coefficient of x^6 in the expansion.

- ii. A group of four boys and six girls are to be seated in a row
- How many possible arrangements are there
 - What is the number of arrangements
 - There is a girl at each end
 - All the boys are seated together
 - All the boys are seated at one end of the row
4. i. Express $\frac{9x}{(1+x)(1-2x)^2}$ in partial fractions
- ii. Both $(x-2)$ and $(x-3)$ are factors of the cubic polynomial $x^3 + ax^2 + (b-2)x + c - 1$. Also given that $(x-3)$ is a factor of the cubic polynomial $x^3 + ax^2 + bx$. Evaluate a, b and c .
- iii. Prove that for all real x
- $$0 < \frac{1}{x^2 + 10x + 27} \leq \frac{1}{2}$$
5. i. Express in the form $a + ib$, where $i^2 = -1$
- $\frac{(1+i)(2+i)}{3+i}$
 - $\sqrt{\frac{1+i}{1-i}}$
- ii. Define the modulus and argument of a complex number
prove that
- If $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$, the difference of amplitudes z_1 and z_2 is $\frac{\pi}{2}$
 - If $\text{amp} \left\{ \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \right\} = \frac{\pi}{2}$ then $|z_1| = |z_2|$
6. Express the conditions that the circles $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ and $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ should be orthogonal.
The circle $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$ and line $x - y + 1 = 0$ intersects at A and B .
Find
- the equation of the circle on AB as diameter
 - the equation of the circle through A and B orthogonal to the given circle.

7. Prove that the equation of the straight line AB which makes intercepts a and b on the x and y axes representing $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Write down the equation of the straight line CD whose intercepts on the x and y axes are $\frac{a^2}{h}$ and $\frac{b^2}{k}$ respectively. Find the co-ordinates of Q , The point of intersection of AB and CD . Prove that, if the point (h, k) lies on AB then the equation of the line joining Q to the Origin is $hx + ky = 0$.

8. i. Using the first principle prove that $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$

ii. Differentiate with respect to x

(a) $x^3 \tan^3(x^3)$

(b) $\ln|\sec x + \tan x|$

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$

- iii. If $y = \sin(m \sin^{-1}(x))$ prove that $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + m^2y = 0$