ID # 57

The Open University of Sri Lanka
Foundation Course for Sciences
Close Book Test (CBT) - 2010/2011
MAF1301 – Pure Mathematics

Duration:-One and half hours

Date:-25.10.2010 Time:-1.30p.m.-3.00p.m.

Answer **ALL** the questions.

1. (i) Write down the general term of the expansion $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^8$ Hence find the coefficient of the term including x^4 and $\frac{1}{x}$.

(ii) Given that $(1+x)^n = C_o + C_1x + C_2x^2 + C_nx^n$
show that $C_o{}^2 + C_1{}^2 + \ldots. + C_n{}^2 = \frac{(2n)!}{n!n!}$

(iii) If a, b, and c are any real numbers prove that $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.

2. (i) Let Z$= \frac{(1-i)^4}{(1+i)^2}$. Show that Z can be express the form $\lambda\,(a+ib)$ where $\lambda, a, b \in R$. Hence show that Z^9 is a pure imaginary number.

(ii) Express the complex number $Z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$ and $Z_2 = i$ in the polar form. Hence plot the $Z_1 + Z_2$ on the argand diagram. Hence prove that $\tan(\frac{\pi}{8}) = \sqrt{2} - 1$

3. Let,
(i) $U_1 = a_1x + b_1y + c_1 = 0$

(ii) $U_2 = a_2x + b_2y + c_2 = 0$ Express the what is mean by $U_1 + \lambda u_2 = 0$ where λ is a parameter. Find the equation of the straight line passing through the point of intersection of two lines $2x - y + 5 = 0, x + 3y - 1 = 0$ and perpendicular to the straight line $4x + 3y - 5 = 0$

(iii) Let, $S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + C_1 = 0$ and
$S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + C_1 = 0$ are two circles. Write down a condition for two circles $S_1$and S_2 cut orthogonally. Find the equation of a circle which passing through origin and cut orthogonally two circles $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0 \; and \; x^2 + y^2 + 6x - 4y + 2 = 0$

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானத்தில் அடிப்படைப்பாடநெறி – மட்டம் 01

மூடிய புத்தகப் பரீட்சை (CBT) 2010/2011

MAF 1301/MAE 1301 – தூய கணிதம்

காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்.

நாள் :- 25-10-2010. நேரம்:- பிப 1.30–பிப 3.00

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. (i) கோவை $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^8$ இன் பொது உறுப்பை எழுதுக. இதிலிருந்து x^4 மற்றும் $\frac{1}{x}$ என்பன அடங்கிய உறுப்பின் குணகத்தை காண்க.

   (ii) $(1+x)^n = C_o + C_1x + C_2x^2 + C_nx^n$ எனத் தரப்படின் $C_o{}^2 + C_1{}^2 + \ldots. + C_n{}^2 = \frac{(2n)!}{n!n!}$ எனக் காட்டுக.

   (iii) என்பன எதேனும் மெய் எண்கள் எனின், $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ என நிறுவுக.

2. (i) $Z = \frac{(1-i)^4}{(1+i)^2}$ என்க. Z ஐ $\lambda(a+ib)$ என்னும் வடிவில் விபரிக்க முடியும் எனக் காட்டுக. இங்கு $\lambda, a, b \in R$.
   இதிலிருந்து Z^9 என்பது ஓர் தூய கற்பனை எண் எனக் காட்டுக.

   (ii) சிக்கல் எண் $Z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$ மற்றும் $Z_2 = i$ என்பவற்றை முனை வடிவத்தில் விபரிக்க. இதிலிருந்து $Z_1 + Z_2$ ஐ ஆகன் வரிப்படத்தில் குறிக்க. இதிலிருந்து $\tan(\frac{\pi}{8}) = \sqrt{2} - 1$ என நிறுவுக.

3. (i) $U_1 = a_1x + b_1y + c_1 = 0$
   $U_2 = a_2x + b_2y + c_2 = 0$ என்க. $U_1 + \lambda u_2 = 0$ என்பதன் விளக்கத்தை விபரிக்க. இங்கு λ என்பது ஒரு பரமாணமாகும். $2x - y + 5 = 0, x + 3y - 1 = 0$ என்னும் நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளியினூடாக செல்லுவதும் $4x + 3y - 5 = 0$ என்னும் நேர்கோட்டுக்கு செங்குத்துமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

   (ii) $S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + C_1 = 0$ மற்றும்
   $S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + C_1 = 0$ என்பன இரு வட்டங்கள் என்க. S_1 மற்றும் S_2 என்பன நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுவதற்கான நிபந்தனையை எழுதுக.

   $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 2 = 0$ என்னும் இரு வட்டங்களை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுவதும் உற்பத்தியினூடாக செல்லுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.