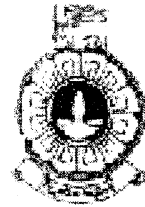


The Open University of Sri Lanka
 Foundation course in Science and Technology degree – Level 02
 No Book Test (NBT) 2014/2015
 PAF2201/PAE2201– Combined Mathematics I



Duration :- One and half Hours.

Date: 27/09/2014

Time: 9.30a.m. – 11.00a.m.

Answer all Questions.

(1) (a) Using the formulae for $\sin 3A$ and $\cos 3A$,

$$\text{prove that } \tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}$$

Hence or otherwise solve the equation $\tan x + \tan 2x + \tan 3x = 0$

(b) Prove that $\tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + 4 \tan 4\alpha + 8 \cot 8\alpha = \cot \alpha$

(c) Show that the equation $4 \sin^2 x + 9 \cos x - 6 = 0$ can be written as $4 \cos^2 x - 9 \cos x + 2 = 0$
 Hence solve the equation $4 \sin^2 x + 9 \cos x - 6 = 0$.

(2) (a) Prove that $\log_a (c) = \frac{\log_b (c)}{\log_b (a)}$

Hence or otherwise prove that $\log_2 (3) \log_3 (4) \log_4 (5) \log_5 (6) \log_6 (7) \log_7 (8) = 3$

(b) The equation $kx^2 + 4x + (5 - k) = 0$ where k is a constant, has two different real solutions for x .

(i) Show that k satisfies $k^2 - 5k + 4 > 0$

(ii) Hence find the set of possible values of k .

(c) Let $f(x) = x^4 + 5x^3 + ax + b$, where a and b are constants.

The remainder when $f(x)$ is divided by $(x - 2)$ is equal to the remainder when $f(x)$ is divided by $(x + 1)$.

(i) Find the value of a .

(ii) Given that $(x + 3)$ is a factor of $f(x)$, find the value of b .

26

- (3) (a) Find the first three terms in ascending powers of x , of the binomial expansion of $(2+kx)^7$, where k is a constant. Give each term in its simplest form.
Given that coefficient of x^2 is six times of the coefficient of x , find the value of k .

- (b) Find the values of A and B such that $\frac{1}{(2r-1)(2r+1)} = \frac{A}{2r-1} + \frac{B}{2r+1}$ where $r \in \mathbb{Z}^+$

Hence find $\sum_{r=1}^n \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$.

Is this series convergent?

Justify your answer.

- (c) Find the argument and the modulus of the complex number $\frac{(1+i)^4}{(1-i)^3}$.

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව හා කාක්ෂණය උපාධිය සඳහා වූ පදනම් පාඨමාලාව - මට්ටම 02

සංවෘත පොත් පරීක්ෂණය -2014/2015

PAF/PAE 2201 - සංයුක්ත ගණිතය I

කාලය :- පැය 01 1/2 යි.



දිනය:- 2014.09.27

වේලාව-ප.ව.9.30 - ප.ව 11.00

සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

(1) (a) $\sin 3A$ හා $\cos 3A$ සඳහා සූත්‍ර භාවිතාකරමින් $\tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}$ බව පෙන්වන්න.

එනමින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $\tan x + \tan 2x + \tan 3x = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) $\tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + 4 \tan 4\alpha + 8 \cot 8\alpha = \cot \alpha$ බව පෙන්වන්න.

(c) $4 \sin^2 x + 9 \cos x - 6 = 0$ සමීකරණය $4 \cos^2 x - 9 \cos x + 2 = 0$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකිබව පෙන්වන්න. එනමින් $4 \sin^2 x + 9 \cos x - 6 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(2) (a) $\log_a(c) = \frac{\log_b(c)}{\log_b(a)}$ බව පෙන්වන්න.

එනමින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $\log_2(3) \log_3(4) \log_4(5) \log_5(6) \log_6(7) \log_7(8) = 3$ බව පෙන්වන්න.

(b) $kx^2 + 4x + (5 - k) = 0$ සමීකරණය x සඳහා තාත්වික ප්‍රතිත්ත මූල දෙකක් ඇත. මෙහි k යනු නියතයකි.

(i) $k^2 - 5k + 4 > 0$ අසමානතාවය k තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

(ii) එනමින් k සඳහා වූ අගය කුලකය ලියන්න.

(c) $f(x) = x^4 + 5x^3 + ax + b$ ලෙස ගනිමු. මෙහි a හා b නියත වේ.

$f(x)$ යන්න $(x-2)$ න් සහ $(x+1)$ න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂ සමාන වේ.

(i) a වල අගය සොයන්න.

(ii) $(x+3)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් නම් b වල අගය සොයන්න.

- (3) (a) $(2+kx)^7$ ද්විපද ප්‍රසාරනයේ x වල ආරෝහන බල වැඩිවන පිළිවෙලට මුල් පද තුන හැකිතරම් සරල ආකාරයෙන් ලියන්න. මෙහි k යනු නියතයකි. මෙම ප්‍රසාරනයේ x^2 සංගුණකය x වල සංගුණකය මෙන් හයගුණයක් වේ නම් k වල අගය සොයන්න.

(b) $\frac{1}{(2r-1)(2r+1)} = \frac{A}{2r-1} + \frac{B}{2r+1}$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න. මෙහි $r \in \mathbb{Z}^+$

එනමින් $\sum_{r=1}^n \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ අගයන්න.

මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරිවේද?
හේතු දක්වන්න.

(c) $\frac{(1+i)^4}{(1-i)^3}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය හා විස්ථාරය සොයන්න. .