

The Open University of Sri Lanka  
Foundation Course in Science – Level 02  
No Book Test 2013/2014  
PAE/PAF 2201- Combined Mathematics I



**Duration: - One and half Hours.**

**Date:-16.01.2014**

**Time:-1.30p.m-3.00p.m**

Answer all Questions.

(1) (a) Assuming  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left( \frac{\sin \theta}{\theta} \right) = 1$ , Hence prove that  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left( \frac{\tan \theta}{\theta} \right) = 1$ .

(b) Evaluate

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos 2\theta}{\theta^2} \right).$$

(c) If  $y = (1 + 4x^2) \tan^{-1} 2x$

Prove that

(i)  $(1 + 4x^2) \frac{dy}{dx} - 8xy = 2(1 + 4x^2)$ .

(ii)  $(1 + 4x^2) \frac{d^3y}{dx^3} + 8x \frac{d^2y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} = 16$ .

(2) (a) By using partial fractions, find  $\int \frac{dx}{x^3 + 1}$ .

(b) By using Integration by parts, find  $\int e^{4x} \sin 3x dx$ .

(c) By using substituting  $x = \tan \frac{\theta}{2}$ , Prove that  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3 + 2 \cos x + \sin x} = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left( \frac{1}{2} \right)$ .

(3) (a) Find the equations of the lines which passes through the points of intersection of two straight lines  $3x + 5y + 2 = 0$  and  $2x + 3y - 4 = 0$  and

(i) Parallel to the straight line  $x - y + 1 = 0$ .

(ii) Perpendicular to straight line  $5x + 2y - 3 = 0$ .

(b) Find the co-ordinates at the centre and the radius of the circle  $S$  whose equation is given by  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$  and sketch the circle in the  $xy$ -plane.

Let  $P$  be the point on the circle  $S$ , furtherest the origin  $O$ . Write down the Co-ordinates of the point  $P$  and show that the equation of the tangent line,  $l$  to the circle  $S$  at the point  $P$  is given by  $x + y = 2 + \sqrt{2}$ .

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව පිළිබඳ පදනම් පාඨමාලාව - මට්ටම 02

පිපාසා පොත් පරීක්ෂණය - 2013/2014

PAF/PAE 2201 - සංයුක්ත ගණිතය I

කාලය :- පැය 01 1/2 යි.



දිනය:- 2014.01.16

වේලාව-ප.ව.1.30 - ප.ව 3.00

(1) (a)  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left( \frac{\sin \theta}{\theta} \right) = 1$  බව උපකල්පනය කර  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left( \frac{\tan \theta}{\theta} \right) = 1$  බව පෙන්වන්න.

(b)  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos 2\theta}{\theta^2} \right)$  අගයන්න.

(c)  $y = (1 + 4x^2) \tan^{-1} 2x$  නම්

(i)  $(1 + 4x^2) \frac{dy}{dx} - 8xy = 2(1 + 4x^2)$  බවද

(ii)  $(1 + 4x^2) \frac{d^3y}{dx^3} + 8x \frac{d^2y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} = 16$  බවද පෙන්වන්න.

(2) (a) හින්න භාග උපයෝගී කොටගෙන  $\int \frac{dx}{x^3 + 1}$  සොයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකූලනයෙන් උපයෝගී කොටගෙන  $\int e^{4x} \sin 3x dx$  සොයන්න.

(c)  $x = \tan \frac{\theta}{2}$  ආදේශයෙන්  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3 + 2 \cos x + \sin x} = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left( \frac{1}{2} \right)$  බව පෙන්වන්න.

(3) (a)  $3x+5y+2=0$  හා  $2x+3y-4=0$  යන සරල රේඛා දෙකේ ජේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නාවූද

(i)  $x-y+1=0$  සරල රේඛාවට සමාන්තර වූද

(ii)  $5x+2y-3=0$  සරල රේඛාවට ලම්බක වූද සරල රේඛාවල සමීකරණ ලියන්න.

(b)  $x^2+y^2-2x-2y+1=0$  සමීකරණය මගින් දෙනු ලබන  $S$  වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ බන්ධාංක හා අරය සොයා  $xy$ - තලය මත  $S$  වෘත්තයේ දළ සටහනක් අඳින්න.  $P$  යනු  $S$  වෘත්තය මත  $O$  මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇතිත්ම පිහිටි ලක්ෂ්‍යයයි ගනිමු.  $P$  ලක්ෂ්‍යයේ බන්ධාංක ලියා දක්වා  $S$  වෘත්තයට  $P$  ලක්ෂ්‍යයේදී වූ සපර්ශක රේඛාව වන  $l$  හි සමීකරණය  $x+y=2+\sqrt{2}$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.