

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව හා තාක්ෂණය උපාධිය සඳහා වූ පදනම් පාඨමාලාව - මට්ටම 02

සංවෘත පොත් පරීක්ෂණය 2 - 2014/2015

PAF/PAE 2201 - සංයුක්ත ගණිතය I

කාලය :- පැය 01 1/2 යි.



දිනය:- 2014.11.15

වේලාව-පෙ.ව.9.30 - පෙ.ව 11.00

සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

1) $a \in \mathbb{R}$ ලෙස ගනිමු.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+ax)^2 - (1-ax)^2}{\sqrt{1+a^2x} - \sqrt{1-a^2x}} = 1$. නම්, a වල අගය සොයන්න.

b) පහත සඳහන් ශ්‍රිත x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

i) $\frac{x}{(x^2+1)^2}$ ii) $x^3 \ln(1+x^4)$ iii) $e^{-\sin^2 x} + \sin(e^{x^2})$

c) $x = \sqrt{2}(\cos\theta + \sin\theta)$; $y = \sqrt{2}(\sin\theta - \cos\theta)$ මගින් වක්‍රයක් දී ඇත. එම වක්‍රයට $\theta = \frac{\pi}{4}$ ලක්ෂ්‍යයේ ඇදී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

2) a) භින්නභාග උපයෝගී කරගනිමින් $\int \frac{x}{(x+1)(1+x^2)} dx$ අනුකලනය කරන්න.

b) $I = \int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{1-x^2}}$ ලෙස ගනිමු.

$x = \sin\theta$ ආදේශයෙන් $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta}{\cos\theta + \sin\theta} d\theta$ බව පෙන්වන්න.

සුදුසු විචල්‍ය මාරුකිරීමක් මගින්

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta}{\cos\theta + \sin\theta} d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} d\theta \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

එනමින් I අගයන්න.

c) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය උපයෝගීකොට ගෙන, $\int x \ln|x| dx$ අගයන්න.

3) a) l_1 හා l_2 සරල රේඛා පිලිවෙලින් $12x+5y=5$ සහ $5x+12y=4$ ලෙස ගනිමු. මෙම l_1 හා l_2 සරල රේඛා දෙක අතර සුලුකෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{119}{120}\right)$, බව පෙන්වන්න. මෙම කෝණයේ කෝණ සමවිච්ඡේදකයේ සමීකරණයේ සොයන්න.

b) $S=0$ වෘත්තය $(1, 1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරයි. $S' = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ වෘත්තය $S=0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමීච්ඡේදනය කරයි. $S=0$ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වෘත්තයක් මත පිහිටන බවත්, එම වෘත්තයේ සමීකරණයන් සොයන්න.



Duration :- One and half Hours.

Date: 15/11/2014

Time: 9.30a.m. – 11.00a.m.

1) Let $a \in \mathbb{R}$ It is given that

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+ax)^2 - (1-ax)^2}{\sqrt{1+a^2x} - \sqrt{1-a^2x}} = 1.$

Find the value of a .

b) Differentiate each of the following with respect to x .

i) $\frac{x}{(x^2+1)^2}$ ii) $x^3 \ln(1+x^4)$ iii) $e^{-\sin^2 x} + \sin(e^{x^2})$

c) Find the equation of the tangent to the curve given by

$$x = \sqrt{2}(\cos\theta + \sin\theta); \quad y = \sqrt{2}(\sin\theta - \cos\theta)$$

at the point on the curve corresponding to $\theta = \frac{\pi}{4}$.

2) a) By using partial fraction find $\int \frac{x}{(x+1)(1+x^2)} dx$.

b) Let $I = \int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{1-x^2}}$

By the substitution $x = \sin\theta$ show that $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta}{\cos\theta + \sin\theta} d\theta$.

Using a suitable change of variables show that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta}{\cos\theta + \sin\theta} d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} d\theta$.

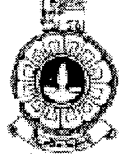
Hence evaluate I .

c) By using integration by parts, find $\int x \ln|x| dx$.

3) a) Let l_1 and l_2 be the straight lines given by $12x+5y=5$ and $5x+12y=4$ respectively. Show that the acute angle between l_1 and l_2 is $\tan^{-1}\left(\frac{119}{120}\right)$, and find the equation of the bisector of this angle.

b) A circle $S = 0$ passes through the point $(1, 1)$. If the circle $S' = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ bisects the circumference of the circle $S = 0$. Show that the centre of the circle $S = 0$ lies on a circle and obtain the equation of the circle.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
 விஞ்ஞானம் மற்றும் தொழில் நுட்பத்தில் அடிப்படைப் பாடநெறி
 புத்தகமின்றியப் பரீட்சை (NBT) 2014/2015
 PAF2201/ PAE2201- இணைந்த கணிதம் I
 காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்



நாள் :- 15.11.2014

நேரம் :- மு.ப9.30- மு.ப11.00

1) $a \in \mathbb{R}$ என தரப்படுகின்றது என்க.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+ax)^2 - (1-ax)^2}{\sqrt{1+a^2x} - \sqrt{1-a^2x}} = 1.$$

a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

b) x குறித்து பின்வருவனவற்றை வகையிடுக.

$$i) \frac{x}{(x^2+1)^2} \quad ii) x^3 \ln(1+x^4) \quad iii) e^{-\sin^2 x} + \sin(e^{x^2})$$

c) $x = \sqrt{2}(\cos\theta + \sin\theta)$; $y = \sqrt{2}(\sin\theta - \cos\theta)$ என்பவற்றால் தரப்படும் வளையிற்கான

$\theta = \frac{\pi}{4}$ என்னும் புள்ளியில் தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

2) a) பகுதிப் பின்னத்தினைப் பயன்படுத்தி, $\int \frac{x}{(x+1)(1+x^2)} dx$ இனைக் காண்க.

$$b) I = \int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{1-x^2}} \text{ என்க.}$$

$x = \sin\theta$ என்னும் பிரதியீட்டின் மூலம் $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta}{\cos\theta + \sin\theta} d\theta$ எனக் காட்டுக.

பொருத்தமான மாறிகளின் மாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta}{\cos\theta + \sin\theta} d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} d\theta \text{ எனக் காட்டுக.}$$

இதிலிருந்து I ஐத் துணிக.

c) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் $\int x \ln|x| dx$ ஐக் காண்க.

3) a) l_1 மற்றும் l_2 என்பன முறையே $12x+5y=5$ மற்றும் $5x+12y=4$ என்னும் நேர்க்கோடுகள் என்க.

l_1 மற்றும் l_2 என்பவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கூர்ங்கோணம் $\tan^{-1}\left(\frac{119}{120}\right)$ எனக் காட்டுக. இக்

கோணத்தின் இரு கூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

b) $S=0$ என்னும் வட்டமொன்றானது $(1, 1)$ என்னும் புள்ளியினூடாக செல்கின்றது.

$S' = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ என்னும் வட்டமானது $S=0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை

இரு சமக் கூறாக்குகின்றது எனின், $S=0$ என்னும் வட்டத்தின் மையமானது ஒரு வட்டத்தில் உள்ளது எனக் காட்டி அவ்வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைப் பெறுக.