ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව හා තාක්ෂණය පිළිබඳ පදනම් පාඨමාලාව - මට්ටම 02

අඛණ්ඩ ඇගයීම් පරීක්ෂණය - 1 2014/2015 **(CAT 1)**

PAF/PAE 2202 - සංයුක්ත ගණිතය II

කාලය :- පැය 01 1/2 යි.

දිනය:- **2015.02.28** වේලාව-පෙ.ව.9.30 – පෙ.ව **11.00**

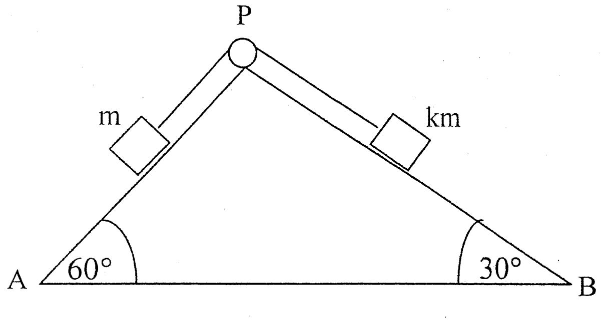
---

1) පහත සඳහන් රූපය තිරස්තලයක තබා ඇති කුඤ්ඤයක හරස් කඩකි. එහි PA හා PB සුමට තල මුනත් පිළිවෙත් තිරසට $60°$ හා $30°$ කෝණ වලින් ආනතවේ. අවිතන්‍ය තන්තුවක් p සුමට කප්පියක් හරහා ගොස් එහි දෙකෙලවර ස්කන්ධය m හා km වූ අංශු දෙකකට සම්බන්ධ කොට ඇත. $k > \sqrt{3}$ වේනම් ස්කන්ධය m වූ අංශුව p දෙසට ත්වරනය වන බව පෙන්වන්න.

$K = 2$ නම් තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

$K = 2$ නම් සහ PA හා PB රළු වන අතර, අංශුවල හා තලය අතර ඝර්ෂන සංගුණකය μ නම්,

$\mu < \dfrac{2-\sqrt{3}}{1+2\sqrt{3}}$ නම් m, අංශුව p දෙසට චලනය වන බව පෙන්වන්න.



2) එකම තිරස් තලයක හා එකම තිරස් රේඛාවක පිහිටි ස්කන්ධය 2m වූ A නම් සුමට අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වී ඒ හා සමාන ස්කන්ධය 2 m වූ නිශ්චලතාවයේ ඇති B නම් අංශුවක් හා සරල ලෙස ගැටේ. අංශු අතර ගැටුම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුනකය e නම් ගැටුමෙන් පසු අංශුවල ප්‍රවේග සොයන්න.

ඉන් පසුව B අංශුව පූර්ණ ප්‍රත්‍යස්ථ සිරස් බිත්තියක් හා ගැටේ. ඉන් පසු නැවත A හා සරල ලෙස ගැටේ. මෙම ගැටුමෙන් පසු B අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{2}{9}(1+e)^2 u$ බව පෙන්වන්න. A වල ප්‍රවේගයද සොයන්න.

3) අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ ඝන වෘත්තාකාර අර්ධ ගෝලයක පැතලි මුහුණත සුමට තිරස් තලයක අචලව තබා ඇත. ස්කන්ධය m වූ A නම් අංශුවක් අර්ධගෝලයේ වෘත්තාකර තල මුහුණ මත Pලක්ෂයකින් නිදහසේ මුදා හරිනු ලැබේ. එවිට OP උඩුඅත් සිරස සමග $\cos^{-1}\left(3/4\right)$ කෝනයක් සාදයි. OA උඩුඅත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට A අංශුවේ ප්‍රවේගය V නම් $V^2 = \frac{1}{2}ga\left(3 - 4\cos\theta\right)$ බව පෙන්වන්න. අංශුව වෘත්තාකාර මුහුණත හැර යාමට පෙර අංශුව හා තලය අතර අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

එනයින්,

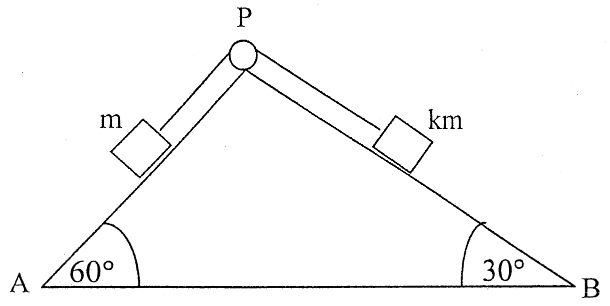
A අංශුව ගොලය හැරයන විට OA උඩුඅත් සිරස සමග $\pi/3$ කෝනයක් සාදන බව අපෝහනයකරන්න.

The Open University of Sri Lanka
Foundation course in Science & Technology – Level 02
Continuous Assessment Test – I (CAT - I) 2014/2015
PAF2202/PAE2202– Combined Mathematics I

Duration: - One & Half ($1\frac{1}{2}$) Hours.

Date: 28/02/2015 **Time: 9.30a.m. – 11.00a.m.**

(1) The diagram shows the cross-section of a wedge fixed to the horizontal ground. Its smooth faces PA and PB are inclined at $60°$ and $30°$ to the ground. A string passes over the small smooth pulley p, with particle of mass m and km attached at its ends. Show that the particle of mass m will accelerate towards p provided that $k > \sqrt{3}$.
If $k = 2$; find tension in the string.
If $k = 2$; and the PA and PB are rough, μ being the coefficient of friction between each particle and plane, show that the particle of mass m will move towards p if $\mu < \frac{2-\sqrt{3}}{1+2\sqrt{3}}$.



(2) A smooth sphere A of mass 2m, moving on a horizontal plane with speed u, collides directly with another smooth sphere B of equal radius and of mass m, which is at rest. If the coefficient of restitution between the spheres is e, find their speeds after impact.
The sphere B later rebounds from a perfectly elastic vertical wall, and then collides directly with A. Prove that after this collision the speed of B is $\frac{2}{9}(1+e)^2 u$ and find the speed of A.

(3) A particle A of mass m is held on the surface of a fixed smooth soiled sphere centre O and radius a at a point P such that OP makes an acute angle $\cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ with the upward vertical, and is then released. Prove that, when OA makes an angle θ with upward vertical, the velocity V of the particle is given by $V^2 = \frac{1}{2}ga(3-4\cos\theta)$.

Provided that the particle remains on the surface of the sphere, and find the normal reaction on the particle at this time.

Deduce that the particle leaves the surface when OA makes angle $\pi/3$ with the upward vertical.

COLOMBO REGIONAL CENTRE
28/02/2015
DATE
SIGNATURE
THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானத்தின் அடிப்படை கற்கைநெறி – மட்டம் **02**
தொடர் மதிப்பீட்டுப் பரீட்சை **2014/2015**
PAF2202/PAE2202 –இணைந்த கணிதம் **I**

காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலம்

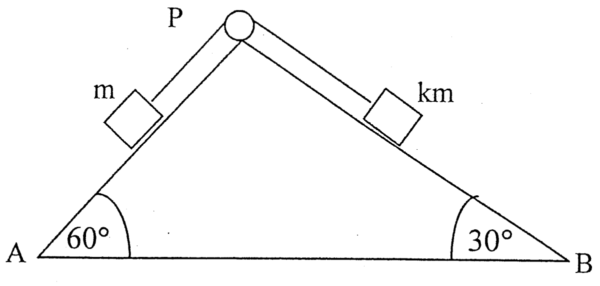
திகதி :- **28– 02 – 2015** நேரம்:- மு.ப **09.30**– மு.ப **11.00**

---

(01) கிடைத்தரையில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஆப்பு ஒன்றின் குறுக்கு வெட்டு தோற்றத்தை படம் காட்டுகின்றது. அதன் ஒப்பமான முகங்கள் PA மற்றும் PB ஆகியன தரையுடன் 60° மற்றும் 30° யில் சாய்ந்துள்ளன. சிறிய ஒப்பமான கப்பி P யிற்கு மேலாக செல்லும் இழையென்றின் அந்தங்களில் m மற்றும் km ஆகிய திணிவுகளையுடைய துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. m திணிவுடைய துணிக்கையானது P யை நோக்கி ஆர்முடுகும் எனின் $k > \sqrt{3}$ என தரப்படும் என காட்டுக.

$k = 2$ என்றால்; இழையின் இழுவையை காண்க.

$k = 2$; மற்றும் PA மற்றும் PB என்பன கரடானவை ஆகும், ஒவ்வொரு துணிக்கைக்கும் தளத்துக்கும் இடையேயான உராய்வுக்குணகம் μ ஆகும் எனின், $\mu < \dfrac{2-\sqrt{3}}{1+2\sqrt{3}}$ என்றால் m திணிவுடைய துணிக்கையானது P யை நோக்கி நகரும் என காட்டுக.



(02) கிடைத்தளத்தில் வேகம் u வுடன் பயணிக்கின்ற 2m திணிவுடைய ஒரு ஒப்பமான கோளம் A, அதே ஆரையையும் m திணிவுமுடைய ஓய்வில் உள்ள இன்னுமொரு ஒப்பமான கோளம் B யுடன் நேரடியாக மோதுகின்றது. கோளங்களுக்கிடையேயான மீளமைவுக்குணகம் e ஆகும். மொத்தலின் பின்னரான வேகங்களை காண்க.

பின்பு கோளம் B யானது பூரண மீள்தன்மையுடைய நிலைக்குத்தான சுவரிலிருந்து பின்னதைத்து பின்னர் A யுடன் நேரடியாக மோதுகின்றது.

மோதுகைக்கு பின்னரான B யின் வேகமானது $\frac{2}{9}(1+e)^2 u$ என நிறுவுக மற்றும் A யின் வேகத்தையும் காண்க.

(03) OP மேன்முக நிலைக்குத்துடன் கூர்ங்கோணம் $Cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ யை ஆக்குமாறு m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை A யானது மையம் O வையும் ஆரை a யையும் உடைய நிலையான சீரான கோளமொன்றின் மேற்பரப்பில் உள்ள புள்ளி P யில் வைக்கப்பட்டு, பின்பு இது விடுவிக்கப்படுகின்றது. OA ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ வை ஆக்கும் போது துணிக்கையின் வேகம் V யானது $V^2 = \frac{1}{2}ga(3-4Cos\theta)$ என தரப்படும் என நிறுவுக.

துணிக்கையானது கோள மேற்பரபபில் உள்ளது என தரப்பட்டுள்ளது, இக்கணத்தில் துணிக்கை மீதான செவ்வன் மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

OA யானது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் $\pi/3$ ஆக்கும்போது துணிக்கை மேற்பரப்பை விட்டுச் செல்லும் என உய்த்தறிக.