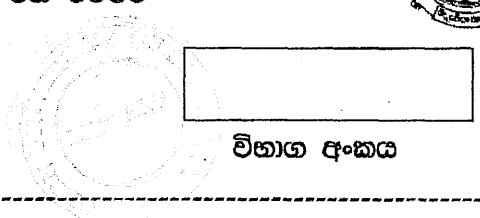




ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය  
 ඉංජිනේරු තාක්ෂණ ඩිප්ලෝමා පාඨමාලාව - 02 වන මට්ටම  
 අවසාන පරීක්ෂණය -2008/2009  
 ගණිතය II - MPZ 2230  
 කාලය - පැය 03 යි.



විභාග අංකය

දිනය - 2009.03.16 වේලාව - පැය 09.30-12.30 දක්වා

ප්‍රශ්න 6 කට පිළිතුරු සපයන්න. Non programmable ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක. ගණක යන්ත්‍ර සඳහා ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

01. PQR ත්‍රිකෝණයේ Q හා R ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින්  $3x - 4y = 0$  රේඛාව මතත් y අක්ෂය මතත් පිහිටයි. QR පාදය  $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$  ලක්ෂ්‍යය හරහා යන අතර එහි බැවුම  $\lambda$  වේ.

- (i) Q හා R ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක  $\lambda$  පදවලින් සොයන්න.
- (ii)  $OQ = \left| \frac{10(1-\lambda)}{3(3-4\lambda)} \right|$  හා  $OR = \left| \frac{2}{3}(1-\lambda) \right|$  බවත් පෙන්වන්න. O මූල ලක්ෂ්‍යයයි.
- (iii) PQOR රෝම්බසයක් වේ නම්  $\lambda$  ට ගත හැකි අගය දෙක සොයා, ඒවාට අනුරූප වන පේ P ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

02.  $S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$  හා  $S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$  වෘත්ත දෙක ස්පර්ශ කිරීමේ අවශ්‍යතාව සොයන්න. ඒවා ස්පර්ශ කරන විට ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය  $2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + c_1 - c_2 = 0$  හා

$(f_1 - f_2)x - (g_1 - g_2)y + f_1g_2 - f_2g_1 = 0$  සරල රේඛා එක එකක් මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න.

$S_1 \equiv x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$  හා  $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 10x + 20 = 0$  වෘත්ත එකිනෙක බාහිරව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වා, ස්පර්ශ කරන A ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

$P_1$  ලක්ෂ්‍යයක සිට පළමු වෘත්තයට ඇඳී ස්පර්ශකයේ දිග P හි සිට දෙවන වෘත්තයට ඇඳී ස්පර්ශකයේ දිග මෙන්  $\lambda$  ගුණයක් වේ.

$\lambda^2 \neq 1$  නම් P හි පථය A හරහා යන වෘත්තයක් වන බව පෙන්වා  $\lambda$  පදවලින් එම පථයේ සමීකරණය සොයන්න.

03.  $P(at^2, 2at)$  ලක්ෂ්‍යයේදී  $y^2 = 4ax$  පරාවලයට ඇඳී ඇතිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න.

$P$  හිදී ඇතිලම්භය නැවත පරාවලයට  $Q \equiv (aT^2, 2aT)$  ලක්ෂ්‍යයේදී හමුවේ.

$t^2 + tT + 2 = 0$  බව පෙන්වා  $T^2 \geq 8$  බව පෙන්වන්න.

$3y = 2x + 4a$  රේඛාව පරාවලයට  $H$  හා  $K$  හිදී හමුවේ.  $H$  හා  $K$  හිදී පරාවලයට ඇඳී ඇතිලම්භ පරාවලය මතදී හමුවන බව පෙන්වන්න.

04.  $P_1 \equiv (a \cos \alpha, b \sin \alpha)$  හා  $P_2 \equiv (a \sin \alpha, b \cos \alpha)$ ,  $S = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$  ඉලිප්සය

මත වන ප්‍රතින්ත ලක්ෂ්‍ය දෙකකි.  $P_1P_2$  රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.  $S = 0$  ඉලිප්සය මත වන  $(a \cos \theta, b \sin \theta)$  ලක්ෂ්‍යයේදී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

$T$  යනු  $S = 0$  ඉලිප්සයට  $P_1$  හා  $P_2$  ලක්ෂ්‍යවලදී ඇඳී ස්පර්ශක දෙකේ ජේදන ලක්ෂ්‍යය වේ.  $T$  ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$T$  ලක්ෂ්‍යයේ පථය  $by - ax = 0$  රේඛාව වන බව අපෝහනය කරන්න.

05.  $P \equiv (cp, c/p)$  ලක්ෂ්‍යයේදී  $xy = c^2$  සෘජුකෝණාස්‍ර ඛණ්ඩවලයට ඇඳී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය  $x + p^2y = 2cp$  බව පෙන්වන්න.

$P \equiv (cp, c/p)$  හිදී ඛණ්ඩවලයේ ස්පර්ශකය  $X$  අක්ෂය  $Q$  හිදී හමුවේ.  $Q$  හරහා  $Y$  අක්ෂයට සමාන්තරව ඇඳී රේඛාව ඛණ්ඩවලය නැවත  $R$  හි දී හමුවේ.  $P$  හරහා  $X$  අක්ෂයට සමාන්තරව ඇඳී රේඛාව  $Y$  අක්ෂය  $S$  හිදී හමුවේ.  $RS$  රේඛාව, ඛණ්ඩවලය  $R$  හිදී ස්පර්ශකයක් වන බව සාධනය කරන්න.

$P$  හා  $R$  හිදී ඛණ්ඩවලයේ ස්පර්ශක  $T$  හිදී හමුවේ.  $T$  හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.  $P$  ඛණ්ඩවලය මත විචලනය වන විට  $T$  හි පථය ද සෘජුකෝණාස්‍ර ඛණ්ඩවලයක් වන බව පෙන්වන්න.



06. (a)  $f(\theta) = \frac{1}{5\cos\theta + 3\cos(\theta + \pi/3) + 8}$  යැයි ගනිමු.

(i)  $\frac{1}{15} \leq f(\theta) \leq 1$  බව පෙන්වන්න.

(ii)  $9f(\theta) = 2$  සමීකරණය විසඳන්න.



(b)  $\text{Sec}^2(\text{Tan}^{-1} 2) + \text{Cosec}^2(\text{Tan}^{-1} 3) = \frac{55}{9}$  බව පෙන්වන්න.

(c)  $\text{Tan}^{-1}(x+1) + \text{Tan}^{-1}(x-1) = \text{Tan}^{-1}(8/31)$  සමීකරණය විසඳන්න.

මෙහි  $|x| < \sqrt{2}$  වේ.

07. (a) ත්‍රිකෝණයක විශාලම කෝණය, කුඩාම කෝණය මෙන් දෙගුණයකි. එහි විශාලම පාදය, කුඩාම පාදය මෙන්  $1 \frac{1}{2}$  ගුණයකි. ත්‍රිකෝණයේ කුඩාම කෝණය  $\cos^{-1}(3/4)$  ක් බව පෙන්වන්න. ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාදයේ දිග 10cm නම් ඉතිරි පාද දෙකේ දිග සොයන්න.

(b) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින නිතිය භාවිතයෙන්, සාමාන්‍ය අංකනයට අනුව ABC ත්‍රිකෝණයක  $(a+b+c) \left[ \text{Tan} \frac{A}{2} + \text{Tan} \frac{B}{2} \right] = 2c \text{Cot} \frac{C}{2}$  බව පෙන්වන්න.

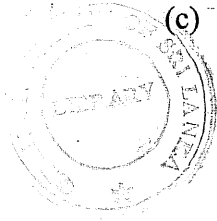
එනමින් හෝ අන් අයුරකින්

$$\frac{a+b-c}{a+b+c} = \text{Tan} \frac{A}{2} \text{Tan} \frac{B}{2} \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

08. (i)  $Z_0$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව  $Z_0 = \frac{3+j}{2-j}$  යන්නෙන් දෙනු ලැබේ.

(a)  $Z_0$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව a,b හා තත්වික වූ  $a+bj$  ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

(b)  $Z_0$  හි මාපාංකය හා විස්තාරය සොයන්න.



(c)  $z_0$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ආගන්ථි සටහනේ නිරූපණය කරන්න. එම සටහනේම  $|z-z_0|=1$  නිරූපණය කරන  $z$  හි පටිය දැක්වන්න. එම රූප සටහන භාවිතයෙන් එම පටිය මත පිහිටන සේ  $|z|$  හි අඩුතම අගය ගණනය කරන්න.

(ii)  $2x^3 + x^2 + 25 = 0$  සමීකරණයට භාවිත මූල එකක් ද, සංකීර්ණ මූල දෙකක් ද තිබේ.

(a)  $1 + 2j$  එහි එක් සංකීර්ණ මූලයක් බව සත්‍යාපනය කරන්න.

(b) අනෙක් සංකීර්ණ මූලය ලියා, සමීකරණයේ භාවිත මූලය සොයන්න.

(c)  $1 + 2j$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ආගන්ථි සටහනේ දැක්වන්න.

$|z| = |z - 1 - 2j|$  නිරූපණය කරන  $z$  හි පටිය එම ආගන්ථි සටහනේම දැක්වන්න.

09. බහු නිඛිල දර්ශකයක් සඳහා මූලාවර්ග ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) ඉහත ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්  $[1 + j \tan \theta]^n + [1 - j \tan \theta]^n = \frac{2 \cos n \theta}{\cos^n \theta}$

මෙහි  $n \in \mathbb{Z}^+$  හා  $\cos \theta \neq 0$

මේ ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්  $(1+z)^4 + (1-z)^4 = 0$  සමීකරණයේ මූල  $\pm j \tan \pi/8, \pm j \tan 3\pi/8$  බව පෙන්වන්න.

එහෙයින්  $\tan^2 \frac{\pi}{8} = 3 - 2\sqrt{2}$  බව පෙන්වන්න.

(ii)  $(1 - \sqrt{3}j)^4 (1 + j)^3$  හි අගය සොයන්න.

10. (a) අමල්, ඛන්දු හා වමිල් යන තිදෙනා සිනමා ශාලාවකදී හමුවෙන බවට ගිවිස ගත්හ. අමල්ට, ඔවුන් මුණ ගැසෙන්නේ රීගල්හිදීද, සැවෝයිහිදී ද යැයි අමතක නිසා ඔහු නොනැඹුරු කාසියක් උඩදමා යන සිනමා ශාලාව තීරණය කරයි. ඛන්දු ද එසේම නොනැඹුරු කාසියක් උඩදමා සැවෝයි වෙත හෝ මැජෙස්ටික් සිටි වෙත හෝ යයි. වමිල් නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දමා රීගල් වෙත යන්නේද, නැතහොත් නොයන්නේ දැයි තීරණය කරයි. ඔහු රීගල් වෙත නොයන්නේ නම් නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දමා සැවෝයි වෙත හෝ මැජෙස්ටික් සිටි වෙත හෝ යයි. සම්පූර්ණ රූක් සටහනක් ඇඳ

- (i) අමල් හා ඛන්දු මුණ ගැසීමේ
- (ii) ඛන්දු හා වමිල් මුණ ගැසීමේ
- (iii) තිදෙනාම මුණ ගැසීමේ
- (iv) එක් අයෙක්වත් මුණ නොගැසීමේ
- (v) අඩුම වශයෙන් දෙදෙනෙක් වත් මුණ ගැසීමේ සම්භාවිතා සොයන්න.



(b) X, Y හා Z යන සිද්ධීන් පහත සඳහන් පරිදි නියැදි අවකාශයක අර්ථ දක්වා ඇත. X හා Z අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ඛනිජකාර වේ. X හා Y සිද්ධි ස්වායත්ත වේ.

$$P(X) = 1/3, P(Z) = 1/5 \text{ හා } P(X \cup Y) = 2/3 \text{ යැයි දී තිබේ.}$$

$$P(X \cup Z), P(Y) \text{ හා } P(X \cap Y) \text{ සොයන්න.}$$

$P(Y \cup Z) = 3/5$  බවත් දී ඇති විට Y හා Z සිද්ධීන් ස්වායත්ත වේදැයි තීරණය කරන්න.

11. මෝටර් රථ ටයර් නිෂ්පාදකයෙක් එක්තරා වර්ගයක ටයර් 100 ක නියැදියක ධාවන දුර ප්‍රමාණය සඳහා ලබාගත් තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වේ.

දුර/1000 km	ටයර් ගණන
0-15	6
15-25	16
25-35	34
35-45	26
45-55	14
55-65	4

- (i) දුරවල මානය
- (ii) දුරවල මධ්‍යස්ථය
- (iii) දුරවල මධ්‍යන්‍යය
- (iv) දුරවල සම්මත අපගමනය කොයන්න.

12. (a) ස්කන්ධය  $m$  වූ අංශුවක්, කේන්ද්‍රය  $O$  හා අරය  $a$  වූ අවල සුමට හතරැස් ගෝලයක  $P$  ලක්ෂ්‍යයක තබා ඇත්තේ උඩු සිරස සමඟ  $OP$  සුළු කෝණයක් වූ  $\cos^{-1}(3/4)$  කෝණයක් කාදන පරිදිය. අංශුව  $P$  හි තබා වලිභයට නිදහස් කරනු ලැබේ.

$OA$  උඩු සිරස සමඟ  $\theta$  කෝණයක් කාදන  $A$  ලක්ෂ්‍යයක අංශුව ඇතිවට අංශුවේ ප්‍රවේගය  $V$  නම්  $V^2 = \frac{1}{2}ga(3 - 4\cos\theta)$  යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. අංශුව ගෝල පෘෂ්ඨයේ ස්පර්ශව පවතින නම් අංශුව හා ගෝල පෘෂ්ඨය අතර අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව කොයන්න.

$OA$  උඩු සිරස සමඟ  $\pi/3$  කෝණයක් කාදන විට අංශුව ගෝල පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත්වෙන බව පෙන්වන්න.

(b) ස්වභාවික දිග  $1\text{m}$  හා ප්‍රත්‍යස්ථ මාපාංකය  $10\text{N}$  වූ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය  $2\text{kg}$  වන අංශුවක් සම්බන්ධ කර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර සුමට තිරස් තලයක වූ  $A$  අවල ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා තිබේ.  $AC = 1.5\text{m}$  වන සේ තලය දිගේ තන්තුව ඇද  $C$  හිදී අංශුව නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරී.  $AC$  මත  $AB = 1\text{m}$  වන සේ  $B$  ලක්ෂ්‍යය පිහිටයි.

(a)  $C$  සිට  $B$  දක්වා අංශුව  $B$  කේන්ද්‍රය වූ සරල අනුවර්ති වලිභයක යෙදෙන බවත්

(b)  $C$  සිට  $B$  දක්වා අංශුවට පැමිණීමට ගතවන කාලය  $\frac{\pi\sqrt{5}}{10}\text{s}$  බවත්

(c)  $B$  හිදී අංශුවේ ප්‍රවේගය  $\frac{\sqrt{5}}{2}\text{ms}^{-1}$  බවත්

(d) අංශුව  $\frac{4}{5}\sqrt{5}\text{s}$  කාලයක් පුරා ඒකාකාර වේගයෙන් වලභය වන බවත් පෙන්වන්න.

- හිමිකම් ඇවිරිණි. -