



ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

ඉංජිනේරු තාක්ෂණ ඩිප්ලෝමා පදනම් පාඨමාලාව - 02 වන මට්ටම

අවසාන පරීක්ෂණය - 2009/2010

ව්‍යවහාරික ගණිතය II - MPZ 2311

කාලය - පැය 03 යි.

දිනය - 2010.03.09

වේලාව - පැය 09.30-12.30 දක්වා

මිනැම ප්‍රශ්න හයකට (6) පිළිතුරු සපයන්න.

Non programmable ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක. ගණක යන්ත්‍ර සඳහා ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

01. මෝටර් රථ බාවන තරඟකරු A රථය දිනුම් කණුවට කිලෝමීටරයක් තිබියදී 35 ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් හා $2/5 \text{ ms}^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කරයි. මේ මොහොතේදී A ට 200 m පිටුපසින් ඇති B රථය 44 ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් හා $1/2 \text{ ms}^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කරයි. චලිත සම්කරණ යොදා ගනිමින් හෝ අන් අයුරකින්, දිනුම් කණුවට 220 m දුර තිබියදී B විසින් A පසුකරන බව පෙන්වන්න.

තවද A ට තත්පරයකට පෙර B තරඟය නිමකරන බව පෙන්වන්න.

02. ගුවන්යානයක නිසල වාතයේදී වේගය 300 kmh^{-1} වෙයි. පෘථිවියට සාපේක්ෂ එහි ගමන් මඟ වන්නේ පාදයක් 25 km දිග ABCDEFA සවිධි සඛාලයකි. \overline{AB} දිශාවට 60 kmh ප්‍රවේගයෙන් ගමන සහති ඒකාකාර සුළඟක් ඇත. සඛාලයේ පාද හය ඔස්සේ වන ගමන් සියල්ල සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ (හැකිනම් එකම රූප සටහනක) අඳින්න. ඉංග්‍රීසි අකුරුවලට අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන අතර ගමන් වාරයක් සම්පූර්ණ කිරීමට ගුවන් යානයට ගතවන මුළු කාලය පැය $\frac{5}{144} (5 + \sqrt{97})$ බව පෙන්වන්න.

03. ගුරුත්වය යටතේ O ලක්ෂ්‍යයකින් V ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරන අංශුවක ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය තිරයට α වේ. අංශුව O' සිට සිරස් H උසකට නැඟෙන අතර O හරහා තිරස් පරාසය R වේ.

(i) $H = \frac{v^2}{2g} \sin^2 \alpha$ (ii) $R = \frac{v^2}{g} \sin 2\alpha$ බව පෙන්වන්න.

R_0 යනු දී ඇති ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගයක් සඳහා උපරිම තිරස් පරාසය වේ නම්

$16 H^2 - 8 R_0 H + R^2 = 0$ බව අපෝහනය කරන්න.

$R_0 = 200 \text{ m}$ හා $R = 192 \text{ m}$ නම් H සඳහා තිබිය හැකි අගයන් දෙක සොයා එම අගයන්ට අනුරූප α හි අගයන් සොයන්න.

04. සුමට තිරස් මේසයක් මත වලනය වීමට නිදහස ඇති ස්කන්ධය M ඊ කුහල්කූයක තිරසට α ආනතියක් සහිත සුමට තලය මත ස්කන්ධය m ඊ අංශුවක් තලය දිගේ පහලට සර්පණය වේ.

කුහල්කූයේ ත්වරණය $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M+m \sin^2 \alpha}$ බව පෙන්වන්න. කුහල්කූය හා අංශුව අතරත්, කුහල්කූය හා තිරස් මෙසය අතරත් ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. මේසයට සාපේක්ෂව අංශුවේ පෙත සොයන්න.

05. සමතල සරල රේඛීය මාර්ගයක මුළු ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 300 ක් ඊ දුම්රියක් 54 kmh^{-1} නියත වේගයෙන් ගමන් කරයි. වලිතයට ප්‍රතිරෝධය මෙට්‍රික් ටොන් එකකට 50N කි. එන්ජිමේ ජව ප්‍රතිදානය ගණනය කරන්න.

ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 50 ක් වන පසුපස මැදිරිය දුම්රියෙන් අසම්බන්ධ වී ඉවත් වේ. මේ අවස්ථාවේදී එන්ජිමේ ප්‍රකාරයක බලය වෙනස් නොවේ. මේ මැදිරිය ප්‍රතිරෝධ බල යටතේ මන්දනය වේ යැයි උපකල්පනය කරන්න.

- (i) මේ මැදිරිය නිශ්චලතාවයට පත්වෙන මන්දනය
- (ii) මේ මැදිරිය නිශ්චලවීමට පෙර දුම්රිය එන්ජිමෙන් ඉවත් වූ ස්ථානයේ සිට වලනය වන දුර

සොයන්න.

06. සමාන අරයන් සහිත ස්කන්ධ $m, 3m$ හා $9m$ සහිත A,B,C ගෝල තුනක් A හා C මැදින් B තිබෙන සේ සරල රේඛාවක් ඔස්සේ සුමට තිරස් කානුවක තබා තිබේ. B හා C ආරම්භයේ නිශ්චලව තිබේ. A ගෝලය B හි වදින සේ u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. ගෝල අතර සිදුවන ගැටුම් සරල ගැටුම වන අතර ගැටුම් සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ.

A හා B අතර පළමු ගැටුමට පසු A හා B ගෝලවල ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $(1 - 3e)\frac{u}{4}$ හා $(1 + e)\frac{u}{4}$ බව සාධනය කරන්න.

දෙවන ගැටුමට [B හා C අතර ඇතිවන පළමුවැනි ගැටුමට] පසු B හා C හි ප්‍රවේග අපෝකනය කරන්න.

දෙවැනි ගැටුමෙන් පසු සිදුවූ මුළු චාලක ශක්තිහානිය කොපමණදැයි සොයන්න.

$e = 1/3$ විට කුමක් සිදුවේද ?

07. ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = 4m, BC = 5m, CA = 3m$ වේ. D,E,F යනු පිළිවෙලින් BC,CA,AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලිනි. විශාලත්වයන් 4N, 5N, 3N, xN හා yN ඊ බල පිළිවෙලින් $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}, \overline{ED}, \overline{CF}$ පාද ඔස්සේ අකුරු පිළිවෙලට දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි.

පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය \overline{EF} ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. x හා y සඳහා අගයන් සොයන්න. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය $20N$ බව පෙන්වන්න.

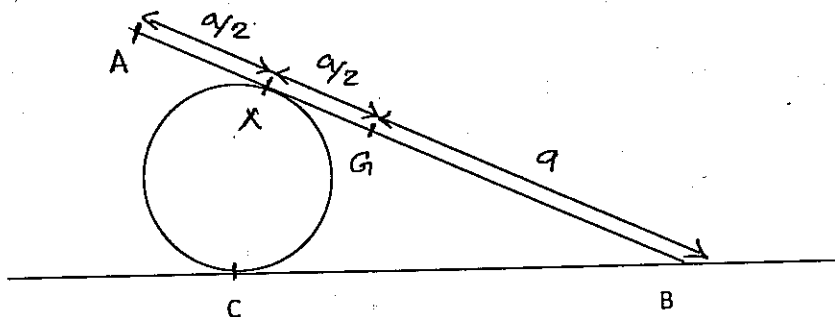
පද්ධතිය \overline{AC} ඔස්සේ P බලයකටත් \overline{CF} ඔස්සේ Q බලයකටත් කුර්ණය M චු යුග්මයකටත් උපකෘත වේ. P, Q හා M සොයන්න.

08. W_1 බරැති AB දණ්ඩක් A කෙළවරදී සුමට ලෙස විවර්තනය කර ඇත. B කෙළවර, ඒකාකාර W_2 බර සහිත BC දණ්ඩකට සන්ධිකර තිබේ. පද්ධතිය සිරස්තලයක සමතුලිතතාවේ පවතින්නේ AB දණ්ඩ, A හි මට්ටමට පහළින් වන P ලක්ෂ්‍යයකදී සුමට නාදැත්තක් මත තිබෙන අයුරිනි. BC දණ්ඩේ C කෙළවර සුමට තිරස් තලයක් මත තිබේ. AP දුර x වේ නම් හා AB තිරස් සමඟ θ කෝණයක් කාදයි නම්,

B හිදී දැඹුම ප්‍රතික්‍රියාව සිරස් $\frac{W_2}{2}$ බලයක් බව පෙන්වා W_1, W_2, x හා θ පදවලින් නාදැත්ත මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. A හිදී ප්‍රතික්‍රියාව තිරස් නම් එම ප්‍රතික්‍රියාව W_1, W_2 හා θ පදවලින් සොයන්න.

$$x = \frac{2a(W_1+W_2)\cos^2\theta}{2W_1+W_2} \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

09. (a)

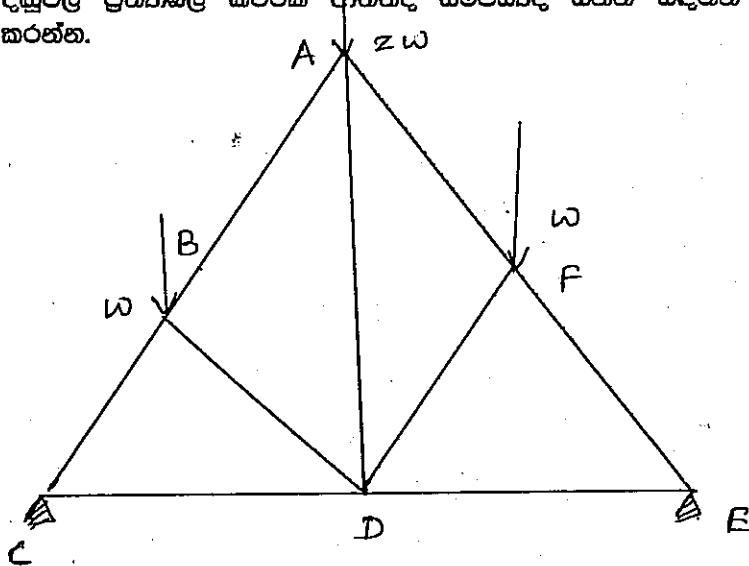


W බර, දිග $2a$ හා ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G වූ AB තිනිමකක්, අවම සිලින්ඩරාකාර හරස්කඩ වෘත්තාකාර වූ රෝලරයක් හා ස්පර්ශ වෙමින් සමතුලිතතාවේ පවතින ආකාරය රූපයේ දැක්වේ. සිලින්ඩරයේ අක්ෂය AB තිනිමක අඩංගු සිරස් තලයට ලම්බක වේ. තිනිමක තිරස්ව $\pi/4$ කෝණයක් කාදයි. රෝලරය හා තිනිමක ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය X , තිනිමයේ ඉහළ කෙළවර සිට $\frac{a}{2}$ දුරින් පිහිටන අතර X හි ස්පර්ශය සුමට වේ.

සමතුලිතතාවේ පැවතීම සඳහා B කෙළවර ශර්ෂණ සංගුණකය $1/2$ ට වඩා කුඩා විය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

W ඛර මිනිසෙක් X හි සිට පරිස්සමෙන් නිකුත්වන ඉහළට නැගීමට පටන් ගනී. $\mu = 11/13$ නම් නිකුත්වන ලිස්සීමට ආසන්න වන අවස්ථාවේදී $a/4$ දුරක් ගමන් කර ඇති බව පෙන්වන්න.

10. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සැහැල්ලු සුමට දැඬ නවයකින් සන්ධි කරන ලද රාමු සැකිල්ලකි. AD සිරස්ය. $CD = DE$ සහ රූපයේ ඇති සියළුම සුළුකෝණ එක්කෝ 60° කි. නැතහොත් 30° කි. රාමු සැකිල්ලේ A ලක්ෂ්‍යයෙන් $2W$ භාරයක් ද B හා F ලක්ෂ්‍යවලින් W භාර ද දරයි. C හා E සුමට ආධාරක දෙකක් මත තබා තිබේ. C හා E හි ප්‍රතික්‍රියාවන් සොයන්න. සියළුම දැඬවල ප්‍රත්‍යාබල කවරක් ආතතිද සමපීඩනයද යන්න සඳහන් කරමින් ප්‍රස්ථාරීකව විර්ණය කරන්න.



11. (a) A හා B සමභාවී සිද්ධි දෙකක් සම්බන්ධව $P(A \cup B), P(A \cap B)$ හා $P(A|B)$ සම්භාවිතා අර්ථ දක්වන්න.

A, B සමභාවී සිද්ධි දෙකෙහි සම්භාවිතා $P(A) = 0.6$ හා $P(B) = 0.2$ වන අතර $P(A|B) = 0.1$ වෙයි.

A හා B සහ සිද්ධි සඳහා පහත දැක්වෙන සමභාවිතා ගණනය කරන්න.

- (i) සිද්ධි දෙකම සිදුවීම.
- (ii) හරිසටම එක් සිද්ධියක් පමණක් සිදුවීම හා
- (iii) සිද්ධි එකක්වත් සිදු නොවීම

(b) කාසි තුනකින් එකක්, එක්වරක් උඩ දැමූ විට ගිරිසය ලැබීමේ සම්භාවිතාව p වන පරිදි නැඹුරුය. අනික් දෙක නොනැඹුරුය. කාසි තුනෙන් එකක් සමභාවී ලෙස තෝරාගෙන එය දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. ලැබිය හැකි ප්‍රතිදාන පෙන්වීමට රූස් සටහනක් අඳින්න. වාර දෙකේදීම ගිරිස ලැබීමේ සම්භාවිතාව $\frac{17}{54}$ වෙයි නම් p හි අගය සොයන්න.

12. කාණ්ඩ කරන ලද දත්ත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍ය \bar{x} අර්ථ දැක්වන්න.

Q උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය, C පංති තරම වූ $y_i = \frac{x_i - a}{c}$ කේතනය භාවිතයෙන් $\bar{x} = a + c\bar{y}$ බව පෙන්වන්න.

විචලනය සඳහා $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$ යන්නෙන් පටන් ගෙන, ඉහත කේතනයට අනුකූල සමමත අපගමනය

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i y_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \bar{y}^2}$$

සූත්‍රය ලබා ගන්න.

මෙහි දැක්වෙන්නේ ශ්‍රී ලංකාවේ 2010 වර්ෂය සඳහා ඇස්තමේන්තු කළ මුළු ජනගහනය (මිලියනවලින්) සඳහා වයස්-පන්ති ව්‍යාප්තියයි.

වයස් පන්තිය අවුරුදු	සංඛ්‍යාතය (ජනගහනය මිලියන වලින්)
0 - 10	4.2
10 - 20	3.9
20 - 30	3.4
30 - 40	3.2
40 - 50	2.8
50 - 60	2.8
60 - 70	2.5
70 - 80	1.6
80 - 90	0.6

a = අවු 45 , c = අවු 10 ඉහත කේතනය යෙදීමෙන් එක් එක් පන්තිය සඳහා y_i සඳහා $f_i y_i$ ගණනය කරන්න. ඒකයින් ජනගහනයේ මධ්‍යන්‍ය වයස හා සමමත අපගමනය සොයන්න.

- නිමකම් ඇවිරිණි. -

THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA
 DIPLOMA IN TECHNOLOGY— FOUNDATION (LEVEL 02)
 FINAL EXAMINATION 2009/2010
 MPZ 2311 – APPLIED MATHEMATICS – PAPER II
 DURATION – THREE (03) HOURS



DATE : 09th March 2010

TIME: 0930 – 1230 hrs.

ANSWER (06) QUESTIONS ONLY. YOU CAN USE CALCULATORS.
 YOU CAN'T USE MOBILE PHONES AS CALCULATORS.

01. In a motor race a car A is 1km from the finishing post, and is travelling at 35ms^{-1} with a uniform acceleration of $2\sqrt{5}\text{ms}^{-2}$. At the same instant a second car B is 200m behind A and is travelling at 44ms^{-1} with a uniform acceleration $\frac{1}{2}\text{ms}^{-2}$. By using the equations of motion or otherwise show also that B passes A 220m before the finish. Show that if these acceleration are maintained, B arrives at the finishing post 1 sec before A.

02. The speed of an aeroplane in still air is 300kmh^{-1} . Its course relative to earth is a regular hexagon ABCDEFA of side 25km. There is a steady uniform wind blowing with velocity 60kmh^{-1} in the direction of \overline{AB} . Draw velocity triangles for all flights along six sides of the hexagon preferably in one diagram.

Show that the total time taken by the aeroplane to complete the course, in the sense indicated by the order of letters is $\frac{5}{144}(5 + \sqrt{97})$ hours.

03. A particle is projected under gravity with speed V from the point O. The angle of projection being α above the horizontal. The particle rises to a vertical height H above O and its range on the horizontal plane through O is R . Prove that,

$$\text{i. } H = \frac{V^2}{2g} \sin^2 \alpha \qquad \text{ii. } R = \frac{V^2}{g} \sin 2\alpha$$

Deduce that $16H^2 - 8R_0H + R^2 = 0$. Where R_0 is the maximum range for the given speed of projection. Given that $R_0 = 200\text{m}$ and $R = 192\text{m}$, find the two possible values of H and the corresponding values of α .

04. A particle of mass m slides down a smooth face, of inclination α to the horizontal of a wedge of mass M which is free to move on smooth horizontal table. Show that the acceleration of the wedge is $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}$ and find the reactions between the particle and the wedge and between the wedge and the table. Also find the locus of the particle with respect to the table.

05. A train of total mass 300 metric tons is travelling at a constant speed of 54 kmh^{-1} on a straight level track and the total resistance to the motion is 50 Newtons per metric ton. Calculate the power of its engine.

The rear coach of mass 50 metric tons, then gets disconnected, but the tractive force of the engine is unaltered. Assume that the motion of this coach is retarded by the resistance alone.

- Find
- the retardation of the rest of the train
 - the distance moved by the disconnected coach before coming rest.

06. Three smooth spheres A, B, C of equal radii and masses, m , $3m$ and $9m$ respectively are free to move along a straight horizontal groove with B between A and C.

When any two spheres collide the impact is direct and the coefficient of restitution is e . Spheres B and C are initially at rest and sphere A is projected towards sphere B with speed U .

Show that the velocities of A and B after first impact are $(1-3e)\frac{U}{4}$ and $(1+e)\frac{U}{4}$ respectively.

Deduce the velocities of B and C after the second impact. (ie first impact between B and C). Find the loss of total kinetic energy after the second impacts.

What happen when $e = \frac{1}{3}$.

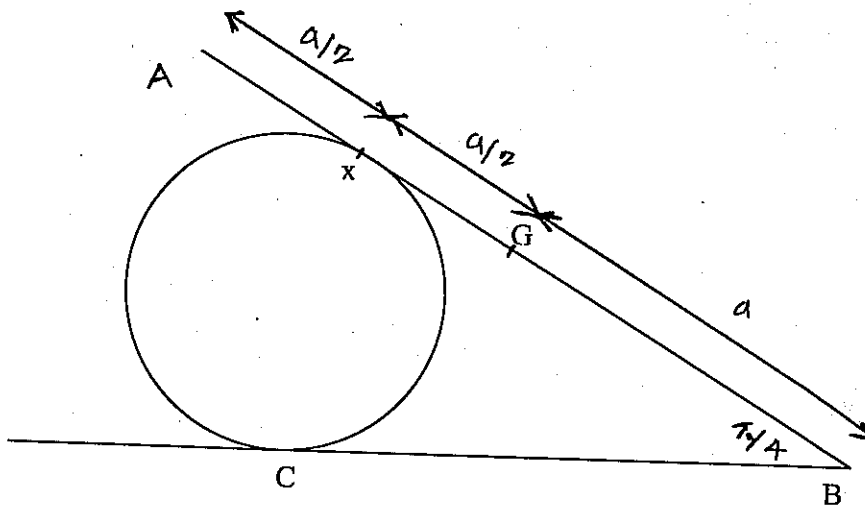
07. A triangle ABC has $AB = 4m$, $BC = 5m$, $CA = 3m$ and D, E, F are the mid points of BC , CA , AB respectively. Forces of magnitude $4N$, $5N$, $3N$, xN , yN act along \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} , \overline{ED} , \overline{CF} respectively, the direction of the forces being indicated by the order of the letters. The resultant of the system acts along EF . Calculate x and y and show that the magnitude of the resultant is $20N$.

The system is equivalent to a force P acting ^{along} \overline{AC} , a force Q acting along \overline{CF} and a couple of moment M . Find P, Q and M .

08. A uniform rod AB of weight W_1 is attached at A to a fixed smooth pivot and is freely hinged at B to a uniform rod BC of weight W_2 . The system is in equilibrium in a vertical plane with AB resting on a smooth peg P below the level of A and the end C of the rod BC on a smooth horizontal plane. The distance AP is x , the length AB is $2a$ and the acute angle which AB makes with the horizontal is θ . Prove that the force between the rods at B is vertical and equal to $\frac{w_2}{2}$ and find the reaction at the peg in terms of w_1, w_2, x and θ . If the reaction at A is horizontal, find its magnitude in terms of w_1, w_2 and θ and prove that

$$x = \frac{2a(w_1 + w_2) \cos^2 \theta}{2w_1 + w_2}$$

09.

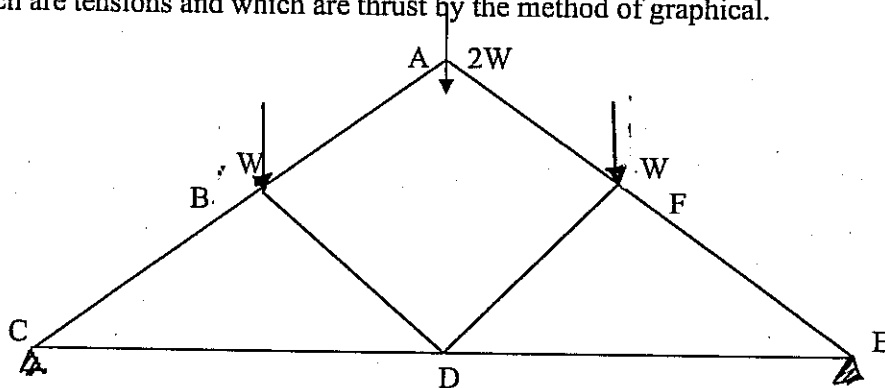


In the diagram AB is an uniform ladder of length $2a$ and weight W and G is the centre of mass of the ladder. The ladder is resting against a fixed cylindrical roller with circular cross-section whose axis is perpendicular to the vertical plane

Containing AB. The ladder inclined at angle $\frac{\pi}{4}$ to the horizontal. The point of contact X of the ladder with the roller is at a distance $\frac{a}{2}$ from the end A and the contact at X is smooth. Show that in order that equilibrium be maintained in this position the coefficient of friction μ at B must not be less than $\frac{1}{2}$. A man of weight W stands at X and then starts walking slowly up the ladder. Show that if $\mu = \frac{11}{13}$. The ladder is on the point of slipping when he was moved a distance $\frac{a}{4}$.

10. The figure represents a framework consisting of nine smoothly jointed light rods. Ad is vertical, CD = DE and the acute angles in the figure are either 30° or 60° . The framework carries weight $2W$ at A, W at B and W at F and rest on smooth supports at C and E.

Find the reactions at C and E. Determine the stresses in the rods, specifying which are tensions and which are thrust by the method of graphical.



11. a) Define the probabilities $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, and $P(A|B)$ in relation to two random events A and B.

Events A, B have probabilities $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.2$ and $P(A|B) = 0.1$ for the events A and B calculate the probability of

- both events occurring
- exactly one of the events occurring and
- neither of the events occurring.

- b) One of three coins is biased so that the probability of containing a head when it is tossed once is P. The other two coins are unbiased, one of the three coins chosen at random and tossed twice. Draw a tree - diagram to show the possible outcomes. If the probability of obtaining head on both tosses is $\frac{17}{54}$, find the value of P.

12. Define the mean \bar{x} of a grouped frequency distribution. By means of the coding $y_i = \frac{x_i - a}{c}$ where a is assumed mean and c is the class size. Show that $\bar{x} = a + c\bar{y}$.

Starting from the definition variance

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}, \text{ and using } y_i = \frac{x_i - a}{c}$$

derive the formula $\sigma = c \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i y_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \bar{y}^2}$.

The following age-class distribution given the estimated total population of Sri Lanka for the year 2010 in millions

Age (class) years	frequency Number of people in millions.
0 - 10	4.2
10 - 20	3.9
20 - 30	3.4
30 - 40	3.2
40 - 50	2.8
50 - 60	2.8
60 - 70	2.5
70 - 80	1.6
80 - 90	0.6

Taking $a = 45$ year and $c = 10$ year using above coding calculating y_i , $f_i y_i$ and $f_i y_i^2$ for each class.

Hence estimate the mean age and standard deviation of the population.

-Copyrights reserved -

மாண்புமிகு திருத்த பல்கலைக்கழகம்

தொழில்நுட்பவியல் பயிற்சாலை - அடியாடை மடம் 02

கிறுவியியல் 2009/2010

MPZ 2311 - பிரயோக கணநிதி 11

காலம் : 3 மணித்தியாலம்



திகதி: 09.3.2010

நேரம்: 9.30 - 12.30

ஆறு வினாக்களாக மட்டும் விடைபதனாக .

1. காி ஓட்டியதீதலடுமண்ணில் காி A ஓனது டுடிதுகிடதீதலடுதீது 1 km தூரம் டுண்ணால் 35 ms^{-1} வேகதீதில் $2/5 \text{ ms}^{-2}$ ஂனும் தீரண ஓரிடுகவுடன் பயணதீதுக்டுகாண்டுடுகீகிறது . அதே கணதீதில் துரண்டவுது காி B ஓனது A கிடுதே துண்ணால் 200 m தூரதீதில் 44 ms^{-1} வேகதீதில் $1/2 \text{ ms}^{-2}$ ஂனும் தீரண ஓரிடுகவுடன் பயணதீதுக்டுகாண்டுடுகீகிறது . துயக்கீச் சமன்பாட்டிடுண்பயண்டுடுதீதீடுலா ஂலலது வேறுவிதமாகவே காி B ஓனது A கிண்ப டுடிதுகிடதீதலடுதீது 120 m டுண்பாக தூரதீதில் கடக்கீடு ஂணகீதாடுக . அதீதுடன் ஂறவு குரண்டம் அதே ஓரிடுகவுடன் பயணதீதீதால் காி B ஓனது காி A கிண்ப ஁ட 1 sec டுண்பதாக டுடிதுகிடதீதை ஂண்டயும் ஂனவும் காடுக .

஁மணம் ஓன்று 300 kmh^{-1} ஂனும் கதீயல் ஁காடுமணயல் பறதீது டுகாண்டுடுகீகிறது . துடு சாடுபாக ஂதனது ஓட்டியபாறதயாணது ஓவீவாடு பகீகடும் 25 km டுகாண்ட ABCDEFA ஂனும் ஓடுடுகீகாண ஁றுடுகாணி ஁டும் . \vec{AB} திசயல் திணயாண தீரண காநீறாணது 60 kmh^{-1} ஂனும் வேகதீதுடன் ஁சிக்டுகாண்டுடுகீகிறது . ஁றுடுகாணயாண ஆறு பகீகடுகாண ஁ழியாக ஂசலீயம் ஂலலா பறய்யுகாண்டுடும் ஓடு ஁ண்டதீதில் வேக டுகீடுகாண்கண்ப ஁றாக .

஁வீவேடட்டியாறதணய திணறு ஂசலீயநீடு ஁வீ஁மணதீதால் ஂடுகீய் பட்ட வேகதீது $\frac{5}{144} (5 + \sqrt{97})$ மணதீதயாலகீகா ஂண (ஂடுதீடுகீகாண ஁ரிண்சகிரமதீதால் ஁டுகீய்யட்டயடு) காடுக .

3. புவியின் மேல் தரவிடில் கீழ் இரு துணைக்கலயானது θ எதும் பூர்ணயாவரந்திது V வேகத்திலுடன் எறியப்படுகிறது. கிடைமுகம் α கோணம் அமைதிடு மாறு எறியப்படும் அதீதுணாகதை θ கிறீடு மெலாக H எதும் திணைக்கிறீடுதான உயரத்தீதையுமீ R கிறீடுபடாண கிடைமுகிச்சு R கணையுமீ அடைகிறது.

(i) $H = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ (ii) $R = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}$ எண திறுவிக்காட்டுக.

எறியத்திறுமைய தரய்ப்பட்ட வேகத்தீதீடு ஆகநீபடிய கிடைமுகிச்சு R_0 எண்ணீ $16 H^2 - 8R_0 H + R^2 = 0$ எண்பதை உய்த்தீறிக.

$R_0 = 200 \text{ m}$, $R = 192 \text{ m}$ எண தரய்ப்புணீ H கிறீடு வெறநீபடிய சாதீதியமண கிறீடு வெறுமணதிகணையுமீ அவநீருடன் ஠தாடீயுமைய α கிறீகாண வெறுமணதிகணையுமீ காண்க.

உய்ப்புண கிடைமுகாண மெலாகமெலாணீறிலீ கிலகிவாக அசையநீபடியதான M திணைமைய ஆய்பில கிடைக்கீடு α சாய்வுடன் உளீள உய்ப்புண கிகத்திலீ θ துணைக்கலயாணீறு (m திணைம வெண்ணீடு) கீழேறுக்கீடு திறுகிறது.

ஆய்பிலமைய ஆரீமடுகலீ $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}$ எண காட்டுக. அதீடுடன்

மெலாகக்கீடு ஆய்பிலீடுதிறுமையாண மறுநாகத்தீதையுமீ, ஆய்பிலீடுமீ துணைக்கலக்கீடு கிடைமுகாண மறுநாகத்தீதையுமீ காண்க.

மெலாக சாரீயாக துணைக்கலயமையாண ஒழுக்கையுமீ காண்க.

300 மெலுறிகீடுதாணீ திணைமைய புதைவுணீறு ஒணீறு 54 kmh^{-1} எதும் மறுநாகு கதியாலீ மெலாண துணீடவாணதீதிலீ பமணநீதுக்கீடுதாணீ டடுக்கிறது. கலக்கீடுதீடுகாண மெலாகதீ தடை 50 தியூட்டாணீ/மெலுறிகீடுதாணீ ஆக ஠டுய்ப்புணீ அதுணது எதீசிறுமைய உய்ப்பிறணக்கீடு கணைக்கீடு. எதீகிணாலீ மறுநாகக்கீடுபடுமீ உய்ப்புணது மாநீறய்ப்புணமலீ 50 மெலுறிகீடு தாணீ ஠காணீட வெலுறியாணீறு கமடடிவிலய்ப்படுகிறது. கீயீவெலுறியாணது அதுணமைய துடைமணாலீ மடடுமீ அமரீமடுகிறது எண எடுக்கீடு.

(i) புதைவண்டியான் மதையிடுதியினது அமீடுடுகணைக் காண்க 00082

(ii) கழலடிவியல வலடியானது ஓய்விற்கு வடுமுன்னர் அசைந்த
 சாரத்திணைக் காண்க.

சமணான ஆறையகீடுகாண்ட $m, 3m, 9m$ திணைவகணையுடைய
 உய்யமாண முன்று கோளவிகள் A, B, C எண்பன முறைபே நேரான
 கடைத்தளத்தில அசையவியப்படுகின்றன. கிறிடு B ஆனது A கிறீடுமீ
 C கிறீடுமீ கடைபே கிறீடுகிறது.

அதாவது கிரண்டு கோளவிகள் நேடியாக மொத்தினாலி
 அயற்றியுடைய மீள்தகைமகீடுணைகமீ C ஆடும்.

ஆய்ப்திதல் B, C எண்பன ஓய்வில கிறீடுமொறு கோளம் A ஆனது
 B கணை நேக்கி வேகம் u உடன் எறியப்படுகிறது.

முதலாவது மொத்தினாலி: மிண்பு A கணைமீ B கணைமீ முறைபே
 வேகவிகள் $(1-3e)u/4$, $(1+e)u/4$ எனக்காட்டுக.

கிரண்டாவது மொத்தினாலி: மிண்பாக B, C கண வேகவகணை
 உயித்திறிக. (அதாவது B, C கிறீடுகடையிலான முதலாவது மொத்தினாலி)
 கிரண்டாவது மொத்தினாலி மிண்பு கிறீடுவியல மொத்தி கிவக்சகீடுமை
 காண்க. $e = 1/3$ ஆக கிறீடுதிருய்பின் எண்பன நடத்திடுகீடுமீ ?

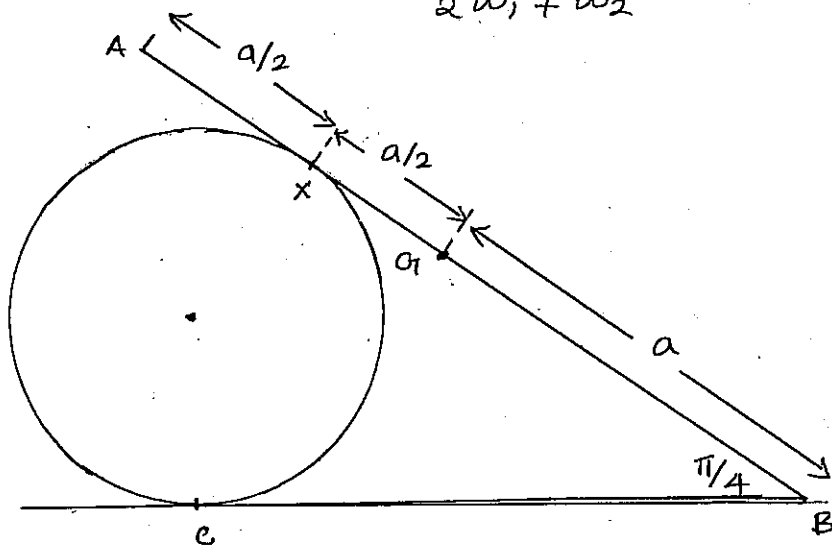
கீடுகாணான ABC கிலி $AB = 4m$, $BC = 5m$, $CA = 3m$ அத்திடனி
 D, E, F எண்பன முறைபே BC, CA, AB எண்பவற்றினி சூய்யுள்ள
 காமாடுமீ. \vec{AB} , \vec{BC} , \vec{CA} , \vec{ED} , \vec{CF} வழியே 4 N, 5 N, 3 N,
 x N, y N படுமறுடைய விரைசகன் முறைபே தொழற்படுகின்றன.
 எடுத்தகீடுகணனி திசையலி விரைசகன் குறிக்கப்படுகின்றன. தொடுதியறுடைய
 விரையுளானது EF வழியே நாக்கினாலி x, y கணைகீ கணக்கிக.
 அத்திடனி விரையுள்ளி படுமணி 20 N எனக்க காட்டுக.

கீடுதொடுதியானது \vec{AC} வழியே தொழற்படுமீ P விரைசகீடுமீ, \vec{CF}
 வழியே தொழற்படுமீ Q விரைசகீடுமீ அத்திடனி கணைத்திடுய்யமீ M
 கிறீடுமீ சமணானது எண்பனி P, Q, M கணை காண்க.

28. W_1 நிறையுடைய சீரான கோல் AB சூன்து அதனது A, நிறையான ஓய்மமான சாழலத்திலி யொடுத்தியிடம் W_2 நிறையுடைய சீரான கோல் BC கிணை B கில் பிணைக்கப்பட்டும் உள்ளது. திணைக்கீழ்த்து தளத்தில் தொகுதியானது, A கிணைடய டட்டத்திற் கிழாக உள்ள ஓய்ம இணை p கில் கோல் AB சூன்து ஓய்வியுள்ளவாறும் கோல் BC கிணைடய இணையிடுதி C சூன்து ஓய்மமான கிடைத்தளத்தியும் உள்ளவாறு சமனறையால் உள்ளது.

AP கிணைடய தூரம் x ஆகவும் AB கிணைடய நீளம் $2a$ ஆகவும் கிடைபுடன் AB ஆகீடும் ஈரீயீகோணம் θ ஆகவும் கிடுக்கிறது. கோல்காற்றி கிடையான வரிசையானது B கில் திணைக்கீழ்த்தாகவும் அது $W_2/2$ கிழீடு சமனறணதும் ணா நிறுவுக. இணையால் தூக்கீடும் மறுதாக்கீத்திணை W_1, W_2, x, θ உறுயிபுக்காஸல் காண்க.

A கில் மறுதாக்கீதம் கிடையாக கிடுத்தால் அதனுடைய படுமணை W_1, W_2, θ கில் காண்க $x = \frac{2a(W_1 + W_2) \cos^2 \theta}{2W_1 + W_2}$ ணா நிறுவுக.



வரைபடத்தில், $2a$ நீளம் W நிறையுடையதும் அதனுடைய திணையுடையம் θ ஆகவும் கொண்ட ஓணறியானது,

உடல் இயக்கிடுகிய்பரயிணை கொண்ட திணையான உருணை யொணரிநிணை (அதன் அச்சுண்து திணைக்கீழ்த்த தளத்திற் செயீடுநீநாக உள்ளவாறு) மேலி ஓய்வியி உள்ளது. ஓணறியானது கிடைபுடன் $\pi/4$ கோணத்தை ஆகீடுமற சாயீந்து உள்ளது. உருணையுடன் ஓணறியானது தொடுப்புள்ளி X சூன்து A கில் கிடுத்து $a/2$ தூரத்தில் உள்ளது. அத்துடன் தொடுப்புள்ளி X சூன்து ஓய்மமானது ஆகும்.

μ ஆனது

00082

B கில் உராயீயுக்கிண்கம் $\frac{1}{2}$ கிணை ஁ட இறறவாக இலலாத நிலைம யில் தொடுதியன் சமணலையாணது அ஁த நிலைம யில் ஁ணயீயம் ஁ண காடரக .

W திறறயுடைய ஁டு மணாதன் ஁டுவன் X கில் தினீற ஁காணீர யணீய மெதுவாக ஁ணயில் ஁மலயடுதீகீடு நடகீகன்றாண் .

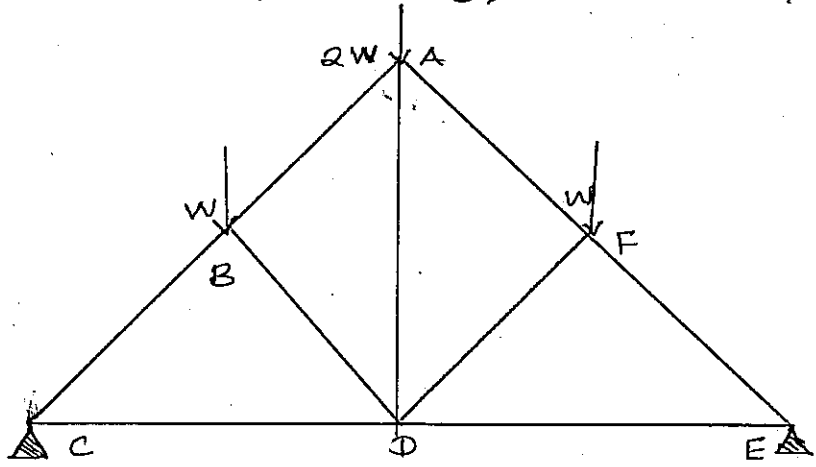
$\mu = \frac{11}{13}$ ஁ணான் அவன் $\frac{9}{4}$ தாரம் அசைநீத யணீய ஁ணயாணது அக்கணதீதல் தடுயும் ஁ணகீகாடரக .

கீடுள்ள உடுவாணது அலசாண ஁ணீயது ஁காலீகர் ஁காண்டதம் ஁யீயமாக யிணைகீகயீயடர஁ள்ளதுமண ஁டு சடயீயடலை காடரகிண்றது .

AD ஆனது திணைகீடுதீதாக ஁ணீறது . CD = DE அதீதுடன் உடுவில ஁ணீற கூரீவீடுகாணகீகர் 30° அலலது 60° ஆக இடுகீகிண்றது .

சடயீயடலாணது A கில் 2W திறறயையும் B, F கில் W திறறய ஁ணயும் காவுகிண்றது . C, E கில் ஁ணீற ஁யீயமண தாதீகிணான் ஁மல யீயடலாணது ஁யீயில ஁ணீறது .

C, E கில் ஁ணீற மறுதகீகதீகணை காண்க . ஁காலீகாணல் ஁ணீற அ஁தீதயீகணை தீரீமணரீதீது அலல கிடுலலயா அலலது ஁ணதீயா ஁ணயைத யலரயட இறறடுலம் இறயீயிடர அவறீறற காண்க .



(1) கிரணீர ஁டுமணறாண திகழீகீகர் A, B கிணை ஁காடரீயுடுதீதி திகழீதகவுகர் $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, $P(A|B)$ ஁ணயவறீறற ஁லரயறுகக .

திகழீகீகர் A, B ஁ணயல $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.2$, $P(A|B) = 0.1$ திகழீதகவுகணை ஁காணடுகீகிண்றது .

நிகழ்ச்சிகள் A, B கிடை மனவரும் நிகழ்ச்சிகளை காண்க.

(i) இரண்டு நிகழ்ச்சிகளும் நிகழ்ந்தால்

(ii) சரியாக ஒரு நிகழ்ச்சி மட்டும் நிகழ்ந்தால்

(iii) இரண்டு நிகழ்ச்சிகளும் நிகழாமல் இருந்தால்.

(b) சூனிய நாளையதிடீரில் ஒரு நாளையம் போடிய நாளையமாக இருக்கிறது. எல்லா அது ஒரு இறை சண்டியும் போது தலை வெறுவதற்கான நிகழ்ச்சியு P ஆக இருக்கிறது. மீண்டும் ஒரு நாளையத்தின் போது நாளையமாகும்.

எழுமாறாக அம்சேனிய நாளையத்திற்குமீதும் ஒரு நாளையம் எடுக்கப்படும் ஒரு இறை சண்டியாகிறது. அதன் ஒரு மரபுவியல் உரைத்து சாத்தியமான வெறுவதற்கான இறந்து காட்டுக. இது தலைய சண்டியில் தலை வெறுவதற்கான நிகழ்ச்சியு $\frac{17}{54}$ எனில் P இறுதலய வெறுமனும் காண்க.

2. கூட்டமாக்கியபடி மீறும் வரம்பலன் கூட \bar{x} இறை உரையாகும்.

$$y_i = \frac{x_i - a}{c}, \text{ (இங்கு } a - \text{ கடுப்பிட கூட, } c - \text{ உரையாமை)}$$

இறை கடுவதனால் $\bar{x} = a + c\bar{y}$ எனக்காட்டுக.

$$\text{மாறல திறனன் உரைசிலகிணத்திலிருந்து } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

அத்தடன் $y_i = \frac{x_i - a}{c}$ இறையியாவித்து

$$\sigma = c \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i y_i^2 - \bar{y}^2}{\sum_{i=1}^n f_i}} \text{ எனும் கடுத்திரத்தை வெறுக.}$$

பின்னிலும் உயது-உறுது பரபீபலாந்து 2010 ஆம் ஆண்டில் கலவீதை யல் உன்ன மொதீத சனதீரிதாநதையல் மிஸிலியன் அளவிலி மதியபரது காலபியபிடுக்கிறது .

உயது(உறுது) ஆண்டில்	மீடறணி மக்கள் எண்ணிக்கை மலிவயணாலி
0-10	4.2
10-20	3.9
20-30	3.4
30-40	3.2
40-50	2.8
50-60	2.8
60-70	2.5
70-80	1.6
80-90	0.6

$a = 45$ உடுலவீதம், $c = 10$ உடுலவீதம் என எடுதீதீகீரிநாணீடு மெயுள்ள கணவியுகம் y_i^2 , $f_i^2 y_i^2$, $f_i^2 y_i^2$ இணை ஓவீவெயாடு உறுதுபிடுதீம் பரவலிதீது உயதின் இடைதையயும், சனதீரிதாநதையி நியமவிரகணையயும் மதியபிடுக .

- பதியுறாம உடையது -