

THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA  
 DIPLOMA IN TECHNOLOGY – (FOUNDATION LEVEL 02)  
 FINAL EXAMINATION – 2009/2010  
 MPZ 2310 – PURE MATHEMATICS II  
 DURATION – THREE (03) HOURS



DATE : 04.03.2010

TIME: 9.30 a.m. to 12.30 p.m.

You can't use mobile phones as a calculator. You can use non programmable calculators.

Answer any six questions only.

01. (a) Prove the identity  $\{x^2 + 69y^2\}^2 - 121x^2y^2 \equiv x^4 + 7x^2y^2 + 4096y^4$

Hence find the factors of  $x^4 + 7x^2y^2 + 4096y^4$ , By using above result find the positive integer solution of the equations.

$$x^4 + 7x^2y^2 + 4096y^4 = 4140$$

$$x^2 - 11xy + 64y^2 = 46$$

(Hint: find the values for  $(8y + x)^2$  and  $(8y - x^2)$ )

(b) Solve the following equations

$$\sqrt{4x+5} - \sqrt{x+3} = 1, \text{ where } x > 0$$

(c) Solve the following equations.

$$2x + 3y - z = 8$$

$$x + y - z = 4$$

$$3x + 2y + 2z = 6$$

02. (a) Find the partial fractions.

i.  $\frac{x^2 - x + 1}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}$

ii.  $\frac{x^2}{(x-1)(x+3)(x+1)}$

(b) If  $a = x + \sqrt{x^2 + 1}$  show that  $x = \frac{1}{2}(a - 1/a)$

(c) Divide  $(x^{3m} - x^{2m}y - x^{2m}z + x^m y - x^m z + z^2 - y^2)$  by  $(x^m - y - z)$

03. (a) Solve the equation  $\log(x^3 + 1) - \log(x^2 - 3x + 2) = \log(x^2 - x + 1)$

(b) If  $x^2 + y^2 = 7xy$  prove that  $\log(x + y) = \log 3 + \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y$

(c) Given that  $a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x$

By using this definition show that  $\log_x y \cdot \log_y z \cdot \log_z x = 1$

Hence show that  $\log_{67} 2010 = \frac{\log_{10} 2010}{\log_{10} 67}$

Find the value  $\frac{1}{\log_{67} 2010} + \frac{1}{\log_{30} 2010}$

04. (a) Show that if  $a, b, c$ , are real, the roots of the equation

$(b - c)x^2 + (c - a)x + (a - b) = 0$  are real, and they are equal if  $2b = a + c$ ;

(b)  $\alpha, \beta$  are the roots of the equation  $x^2 + mx + n = 0$  find  $m$  and  $n$  when

$\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = \alpha^3 + \beta^3 = 61$

(c) Show that if the equations  $x^2 + bx + c = 0$  and  $x^2 + b^1x + c^1 = 0$  have a common root then  $(bc^1 - b^1c)(b^1 - b) = (c - c^1)^2$ .

05. (a) Show that  $px^2 + qx + p$  will always have the same sign, if  $q$  lies between  $2p$  and  $-2p$ .

(b) Let  $f(x) \equiv x^2 - (a + b)x + (a^2 + b^2 - ab)$  Prove that  $f(x)$  can never be negative if  $x, a$  and  $b$  are real.

(c) Find the least value of the function  $g(x) = x^2 - 2x + 10$ .

Sketch the graph of  $y = \frac{1}{g(x)}$ .

06. (a) Find the values of  $\tan\theta$ ,  $\sec\theta$  and  $\sin\theta$  such that

i.  $\sec\theta + \tan\theta = -\frac{1}{3}$       ii.  $\sec\theta - \tan\theta = 5$

(b) Prove the following identities.

i.  $\frac{\cos x}{1 - \sin x} \equiv \sec x + \tan x$

ii.  $\frac{\sec x + \operatorname{cosec} x}{1 + \cot x} \equiv \sec x$

iii.  $\operatorname{cosec} x + \cot x + \tan x \equiv \frac{1 + \cos x}{\sin x \cos x}$

iv.  $(1 + \cot\theta)^2 + (1 - \cot\theta)^2 \equiv 2\operatorname{cosec}^2 \theta$

v.  $\tan\theta + \cot\theta \equiv \operatorname{cosec}\theta \sec\theta$

07. The straight line  $y = 3x + 2$  cuts the lines  $y = mx$  and  $y = m^1x$  at A and B respectively where  $m, m^1 \neq 3$ . The point C is such that OACB is a parallelogram, O being the origin.

i. Find the coordinates of C.

ii. If OACB is a rhombus, show that  $4(m + m^1) + 3(1 - mm^1) = 0$ .

iii. If OACB is a square, show that its area is  $4/5$ .

08.  $A \equiv (2,1)$  and  $B \equiv (2,3)$ . Let  $P \equiv (x,y)$  be a variable point such that the angle  $APB$  is a constant.

i. If  $\hat{APB} = 90^\circ$  prove that  $P$  lies on the circle  $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ . What is the locus of P? Justify your answer.

ii. If  $\hat{APB} = 135^\circ$  prove that  $P$  lies either on the circle  $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$  or on the circle  $S_3 \equiv x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0$ . Find the equation of common chord of the circles  $S_2$  and  $S_3$ .

09. (a) Evaluate the following limits.

i.  $x \rightarrow 3 \left[ \frac{x}{3-x} - \frac{3}{3-x} \right]$       ii.  $x \rightarrow 0 \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^3}$

(b) Find the differential coefficients of the following with respect to  $x$ ;

i.  $y = e^{bx} \sin ax + e^{ax} \cos bx$       ii.  $y = \sec^{-1} \left\{ \frac{1+x^2}{1-x^2} \right\}, x < 1$

iii.  $y = \cos^{-1}(2x^2 - 1)$

(c) If  $y = ae^{\cos x}$ , prove that  $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} (\cot x - \sin x)$

10. (a) Obtain the following integrals with respect to  $x$

i.  $\int \frac{2x+1}{x^2+1} dx$       ii.  $\int \frac{dx}{1-\cos 2x}$

iii.  $\int \sqrt{1+\sin 2x} dx$       iv.  $\int x^2(x^2+1) dx$

(b) Let  $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n x dx$  where  $n$  is an integer and  $n > 1$ .

By considering  $\tan^n x \equiv \tan^{n-2} x (\sec^2 x - 1)$

Prove that  $(n-1)I_n = 1 - (n-1)I_{n-2}$

Evaluate  $\int_0^{\pi/4} (\tan^5 x - \tan^4 x) dx$

11. (a) An open box with square base is to be made out of a given quantity card board of area  $S$ . Show that the maximum volume of the box is  $\frac{S^{3/2}}{6\sqrt{3}}$  cubic units.

(b) Find the area bounded by the curve  $y = 16 - x^2$  and  $x$  axis

-Copyrights reserved -



ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

ඉංජිනේරු තාක්ෂණ ඩිප්ලෝමා (පදනම්) පාඨමාලාව - වට්ටම 02

අවසාන පරීක්ෂණය 2009/2010

ශුද්ධ ගණිතය - MPZ 2310 - II

කාලය - පැය 03 යි.

දිනය - 2010.03.04

වේලාව - පෙ.ව. 09.30 - 12.30 දක්වා

ප්‍රශ්න 06 කට පිළිතුරු සපයන්න.

Non programmable ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක. ගණක යන්ත්‍ර සඳහා ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

01. (a)  $\{x^2 + 64y^2\}^2 - 121x^2y^2 \equiv x^4 + 7x^2y^2 + 4096y^4$  සර්වසාමය සාධනය කරන්න.

එනමින්  $x^4 + 7x^2y^2 + 4096y^4$ , හි සාධක සොයන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන්

$$x^4 + 7x^2y^2 + 4096y^4 = 4140$$

$$x^2 - 11xy + 64y^2 = 46$$

සමීකරණ තෘප්ත කරන ධන නිඛිලමය විසඳුම් සොයන්න.

(ඉඟිය :  $(8y+x)^2$  හා  $(8y-x)^2$  සඳහා අගයන් ලබාගන්න.)

(b)  $\sqrt{4x+5} - \sqrt{x+3} = 1$ , ;  $x > 0$  සමීකරණය විසඳන්න.

(c) පහත සමීකරණ විසඳන්න.

$$2x + 3y - z = 8$$

$$x + y - z = 4$$

$$3x + 2y + 2z = 6$$

02. (a) හිස්ත භාග සොයන්න.

i.  $\frac{x^2 - x + 1}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}$

ii.  $\frac{x^2}{(x-1)(x+3)(x+1)}$

(b)  $a = x + \sqrt{x^2 + 1}$  නම්  $x = \frac{1}{2}(a - 1/a)$  බව පෙන්වන්න.

(c)  $(x^{3m} - x^{2m}y - x^{2m}z + x^m y - x^m z + z^2 - y^2)$  යන්න  $(x^m - y - z)$  න් බෙදන්න.

03. (a)  $\log(x^3+1) - \log(x^2-3x+2) = \log(x^2-x+1)$  විසඳන්න.
- (b)  $x^2 + y^2 = 7xy$  නම්  $\log(x+y) = \log 3 + \frac{1}{2}\log x + \frac{1}{2}\log y$  බව පෙන්වන්න.
- (c)  $a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x$  මේ අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන්  $\log_x y \cdot \log_y z \cdot \log_z x = 1$  බව පෙන්වන්න.

එකයින්  $\log_{67} 2010 = \frac{\log_{10} 2010}{\log_{10} 67}$  බව පෙන්වන්න.

$\frac{1}{\log_{67} 2010} + \frac{1}{\log_{30} 2010}$  හි අගය සොයන්න.

04. (a)  $a, b$ , හා  $c$ , තාත්වික සංඛ්‍යා වීම  
 $(b-c)x^2 + (c-a)x + (a-b) = 0$  හි මූල තාත්වික බව පෙන්වන්න.  
 $2b = a + c$ ; වීම මේ මූල සමාන වන බව පෙන්වන්න.
- (b)  $\alpha, \beta$  යනු  $x^2 + mx + n = 0$  සමීකරණයේ මූල වේ.  
 $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = \alpha^3 + \beta^3 = 61$  තෘප්ත කරන සේ  $m$  හා  $n$  සොයන්න.
- (c)  $x^2 + bx + c = 0$  හා  $x^2 + b^1x + c^1 = 0$  සමීකරණවලට පොදු මූලයක් තිබේ නම්  
 $(bc^1 - b^1c)(b^1 - b) = (c - c^1)^2$  බව පෙන්වන්න.

05. (a)  $2p$  හා  $-2p$  අතර  $q$  පිහිටන්නේ නම්  $px^2 + qx + p$  ප්‍රකාශනය සැමවිටම එකම ලකුණක් තිබෙන බව සාධනය කරන්න.
- (b)  $f(x) \equiv x^2 - (a+b)x + (a^2 + b^2 - ab)$  හා  $x, a$  සහ  $b$  තාත්වික වේ.  $f(x)$  ශ්‍රිතය කිසිවිටක සෘණ (-) නොවන බව පෙන්වන්න.
- (c)  $g(x) = x^2 - 2x + 10$ . ශ්‍රිතයේ අඩුතම අගයන් සොයන්න.

$y = \frac{1}{g(x)}$  ශ්‍රිතය සඳහා ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

06. (a) i.  $\sec\theta + \tan\theta = -\frac{1}{3}$       ii.  $\sec\theta - \tan\theta = 5$

සමීකරණ තෘප්ත කරන  $\tan\theta, \sec\theta$  හා  $\sin\theta$  අගයන් සොයන්න

(b) මේ සර්වසාමය සාධනය කරන්න.

i.  $\frac{\cos x}{1 - \sin x} \equiv \sec x + \tan x$

ii.  $\frac{\sec x + \operatorname{cosec} x}{1 + \cot x} \equiv \sec x$

iii.  $\operatorname{cosec} x + \cot x + \tan x \equiv \frac{1 + \cos x}{\sin x \cos x}$

iv.  $(1 + \cot\theta)^2 + (1 - \cot\theta)^2 \equiv 2\operatorname{cosec}^2\theta$

v.  $\tan\theta + \cot\theta \equiv \operatorname{cosec}\theta \sec\theta$

07.  $y = mx$  හා  $y = m'x$  සරල රේඛා දෙක  $y = 3x + 2$  සරල රේඛාව පිළිවෙලින් A හා B ලක්ෂ්‍යවලදී හමුවේ. මෙහි  $m, m' \neq 3$ . වේ. OACB සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. O යනු මූල ලක්ෂ්‍යයයි.

i. C ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය සොයන්න.

ii. OACB රෝම්බසයක් නම්  $4(m + m') + 3(1 - mm') = 0$  බව පෙන්වන්න.

iii. OACB සමචතුරස්‍රයක් නම් එහි වර්ගඵලය  $4/5$  ක් බව පෙන්වන්න.

08.  $A \equiv (2,1)$  හා  $B \equiv (2,3)$  වේ.  $P \equiv (x,y)$  ලක්ෂ්‍යය APB කෝණය නියතයක් වන සේ විචලනය වේ.

i.  $\hat{APB} = 90^\circ$  වේ නම්  $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$  වෘත්තය මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටන බව පෙන්වන්න. P ලක්ෂ්‍යයේ ස්ඵය කුමක්ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

ii.  $\hat{APB} = 135^\circ$  නම් P ලක්ෂ්‍යය  $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$  වෘත්තය මත නැතහොත්  $S_3 \equiv x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0$  වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$S_2$  හා  $S_3$  වෘත්තවල පොදු ජනයාගේ සමීකරණය සොයන්න.

09. (a) පහත සීමාවන් අගයන් සොයන්න.

$$i. \quad x \rightarrow 3 \left[ \frac{x}{3-x} - \frac{3}{3-x} \right] \quad ii. \quad x \rightarrow 0 \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^3}$$

(b)  $x$  විෂයයෙන් පහත ශ්‍රිතවල ව්‍යුත්පන්න සොයන්න.

$$i. \quad y = e^{bx} \sin ax + e^{ax} \cos bx \quad ii. \quad y = \sec^{-1} \left\{ \frac{1+x^2}{1-x^2} \right\}, x < 1$$

$$iii. \quad y = \cos^{-1}(2x^2 - 1)$$

(c)  $y = ae^{\cos x}$ , නම්  $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} (\cot x - \sin x)$  බව පෙන්වන්න.

10. (a)  $x$  විෂයයෙන් පහත අනුකලන සොයන්න.

$$i. \quad \int \frac{2x+1}{x^2+1} dx \quad ii. \quad \int \frac{dx}{1-\cos 2x}$$

$$iii. \quad \int \sqrt{1+\sin 2x} dx \quad iv. \quad \int x^2(x^2+1) dx$$

(b)  $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n x dx$   $n$  නිඛිලයකි.  $n > 1$  වේ.

$$\tan^n x \equiv \tan^{n-2} x (\sec^2 x - 1) \text{ බව සැලකීමෙන්}$$

$$(n-1)I_n = 1 - (n-1)I_{n-2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\int_0^{\pi/4} (\tan^5 x - \tan^4 x) dx \text{ අගයන්න.}$$

11. (a) සමචතුර්ශාකාර පතුළක් සහිත විවෘත පෙට්ටියක් ද ඇති වර්ගඵලයකින් යුත් කාඩ්බෝඩ් ප්‍රමාණයකින් තනා ගැනීමට අවශ්‍යව ඇත. දී ඇති කාඩ්බෝඩ්

ප්‍රමාණයේ වර්ගඵලය  $S$  වේ. මේ පෙට්ටියට ගත හැකි උපරිම පරිමාව  $\frac{S^{3/2}}{6\sqrt{3}}$

ඒකක බව පෙන්වන්න.

(b)  $y = 16 - x^2$  වක්‍රයත්  $x$  අක්ෂයත් අතර ඇවිරෙන වර්ගඵලය සොයන්න.

- - - නිමකම් ඇවිරිණි. - - -



கலந்துரைத் திறந்த பரீட்சைக்கழகம்

00086

அடிப்படை தொழில்நுட்பவியல் அபிவிருத்தி - மட்டம் 02

கிறுவிய் பரீட்சை - 2009/2010

MPZ 2310 - தரயகணிதம் II

காலம் : மூன்று மணித்தியாலம்.



திகதி : 04.03.2010

நேரம் : 9.30 - 12.30

ஆறு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க.

01. (a) சமன்பாடு  $\{x^2 + 69y^2\}^2 - 121x^2y^2 \equiv x^4 + 7x^2y^2 + 4096y^4$  கிணை நிறுவுக. கிணைகுத்து  $x^4 + 7x^2y^2 + 4096y^4$  கிணை காரணிகளை காண்க. மேல் பெறப்பட்ட விடையளையை பயன் படுத்தி சமன்பாடுகளையுடைய நேரிடுகளை தீர்வினை காண்க.

$$x^4 + 7x^2y^2 + 4096y^4 = 4140$$

$$x^2 - 11xy + 64y^2 = 46$$

(உதவி :  $(8y+x)^2$ ,  $(8y-x)^2$  கிணை பெறுமானங்களை காண்க.)

- (b) பின்வரும் சமன்பாட்டை தீர்க்க.

$$\sqrt{4x+5} - \sqrt{x+3} = 1 \quad \text{கிணை } x > 0$$

- (c) பின்வரும் சமன்பாடுகளை தீர்க்க.

$$2x + 3y - z = 8$$

$$x + y - z = 4$$

$$3x + 2y + 2z = 6$$

02. (a) பகுதியினை தீர்க்க.

$$(i) \frac{x^2 - x + 1}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}$$

$$(ii) \frac{x^2}{(x-1)(x+2)(x+1)}$$

- (b)  $a = x + \sqrt{x^2 + 1}$  எனின்  $x = \frac{1}{2}(a - \frac{1}{a})$  என்காட்டுக.

- (c)  $(x^{3m} - x^{2m}y - x^{2m}z + x^m y - x^m z + z^2 - y^2)$  கிணை  $(x^m - y - z)$  கிணை உடுக்க.

(a)  $\log(x^3+1) - \log(x^2-3x+2) = \log(x^2-x+1)$  எனும் சமன்பாட்டின் அடிப்படையில் தீர்க்க.

(b)  $x^2+y^2=7xy$  எனின்  $\log(x+y) = \log 3 + \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y$  எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(c)  $a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x$  எனும் தரப்பட்டிருப்பின் அவை அடிப்படையில்  $\log_x y \log_y z \log_z x = 1$  எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

கிடைக்கக்கூடிய  $\log_{67} 2010 = \frac{\log_{10} 2010}{\log_{10} 67}$  எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

$\frac{1}{\log_{67} 2010} + \frac{1}{\log_{30} 2010}$  இன் மதிப்பைக் காண்க.

(a)  $a, b, c$  என்பன மூலமாக இருந்தால்

$(b-c)x^2 + (c-a)x + (a-b) = 0$  எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $a, b, c$  மூலமாக இருக்கும் எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

$2b = a + c$  எனின் அந்த சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $a, b, c$  எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(b)  $x^2 + mx + n = 0$  எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  ஆக இருக்கிறது.  $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = \alpha^3 + \beta^3 = 6$  ஆக இருக்கும்படி  $m, n$  இன் மதிப்பைக் காண்க.

(c) சமன்பாடுகள்  $x^2 + bx + c = 0$ ,  $x^2 + b'x + c' = 0$  எனும் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு  $(bc' - b'c)(b' - b) = (c - c')^2$  எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(a)  $q$  ஆகிய  $2p, -2p$  கிடைக்கையால் கிடைத்தால்  $px^2 + qx + p$  ஆகிய எயிலும் ஒரே இறைய தொண்டிடுகிடும் என்கி காட்டுக.

(b)  $f(x) = x^2 - (a+b)x + (a^2 + b^2 - ab)$  என காட்டுக.

$x, a, b$  எய்யன மையினக கிடுயினி  $f(x)$  ஆகிய ஒடுயொதும் மறையாக கிடுகிடுயொது என திறயுக.

(c)  $g(x) = x^2 - 2x + 10$  கிடுடைய கிடுயிடுயொமறண்தீதை காண்க.

$y = \frac{1}{g(x)}$  கிடுடைய வறையின வறாக.

(a)  $\tan \theta, \sec \theta, \sin \theta$  கிண் மறமறண்தீகண காண்க, ஆயிலுயில

(i)  $\sec \theta + \tan \theta = \frac{-1}{3}$  (ii)  $\sec \theta - \tan \theta = 5$  கிடு

(b) மிணுவும் கிவசமண்பாடுகண திறயுக.

$$(i) \frac{\cos x}{1 - \sin x} \equiv \sec x + \tan x$$

$$(ii) \frac{\sec x + \operatorname{cosec} x}{1 + \cot x} \equiv \sec x$$

$$(iii) \operatorname{cosec} x + \cot x + \tan x \equiv \frac{1 + \cos x}{\sin x \cos x}$$

$$(iv) (1 + \cot \theta)^2 + (1 - \cot \theta)^2 \equiv 2 \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$(v) \tan \theta + \cot \theta \equiv \operatorname{cosec} \theta \sec \theta$$

7. நேர்க்கோடு  $y = 3x + 2$  ஆனது கோடுகள்  $y = mx$ ,  $y = m'x$  இணை குறைபையே  $A, B$  இல் வெட்டுகிறது. கவனி  $m, m' \neq 3$ .  $O$  இணை உற்பத்தியாக தொண்ட  $OACB$  எழும் இணைகரத்தில் உள்ள புள்ளி  $C$  ஆகும்.

(i)  $C$  இறுதைய ஆள்கருகண காண்க.

(ii)  $OACB$  ஆனது ஒரு சாய்சதுரம் எனினி

$$4(m+m') + 3(1-mm') = 0 \text{ எனக்காட்டுக.}$$

(iii)  $OACB$  ஆனது ஒருசதுரம் எனினி அதனுடைய பரப்பு  $4/5$  எனக்காட்டுக.

8.  $A \equiv (2, 1)$ ,  $B \equiv (2, 3)$  ஆகும். மாறிய கோணம்  $APB$  இல் ஒரு மாறும் புள்ளி  $P$  ஆகும்.  $P \equiv (x, y)$  என எடுக்க.

(i)  $\hat{APB} = 90^\circ$  எனினி  $P$  ஆனது உடல்  $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$  இல் கிடக்கும் என நிறுவுக.

$P$  இறுதைய ஒருகீடு எனினி? உமது இறுதையை விளக்கிக.

(ii)  $\hat{APB} = 135^\circ$  எனினி  $P$  ஆனது உடல்  $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$  சிலிவது உடல்  $S_3 \equiv x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0$  இல் கிடக்கும் எனக்காட்டுக.

$S_2, S_3$  இறுதைய யாது நூணிகுதைய சமன்பாட்டிணைக் காண்க.

9. (a) பின்னவருள் எலிவைகணாக் கணக்கி.

$$(i) \lim_{x \rightarrow 3} \left[ \frac{x}{3-x} - \frac{3}{3-x} \right]$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^3}$$

(b)  $x$  குறித்து பின்னவருவனவற்றினி வறையட்டுணைகருகண காண்க.

$$(i) y = e^{bx} \sin ax + e^{ax} \cos bx$$

$$(ii) y = \sec^{-1} \left[ \frac{1+x^2}{1-x^2} \right], \quad x < 1$$

$$(iii) y = \cos^{-1} (2x^2 - 1)$$

(c)  $y = ae^{\cos x}$  எனின்  $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} (\cot x - \sin x)$  என. நிறுவுக.

(d)  $x$  இறந்த மின்னவருவணவற்றின் தொகையிடுதலை காண்க.

$$(i) \int \frac{2x+1}{x^2+1} dx$$

$$(ii) \int \frac{dx}{1-\cos 2x}$$

$$(iii) \int \sqrt{1+\sin 2x} dx$$

$$(iv) \int x^2(x^2+1) dx$$

(e)  $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n x dx$  என எடுக்க. கமீடு  $n$  ஒரு முழுஎண்,  $n > 1$

$$\tan^n x = \tan^{n-2} x (\sec^2 x - 1) \text{ கிணை கருதி}$$

$$(n-1) I_n = 1 - (n-1) I_{n-2} \text{ என நிறுவுக.}$$

$$\int_0^{\pi/4} (\tan^5 x - \tan^4 x) dx \text{ கிணை மதிப்பிடுக.}$$

(f)  $S$  பரப்பிணைக் கொண்டு தடித்த மட்டையான உபயோகித்து சதுரஅடியைக் கொண்டு ஒரு நிறத்த வட்டை ஒன்று உருவாக்கிப் பகுத்து. வட்டையினுடைய சூழ்க்கட்டைய கணவளவு  $S^{3/2}$  க்கு அலகுகள் எனக்கொடுக்க.  $\sqrt{3}$

(g) உணவாய  $y = 16 - x^2$  கிணையும்  $x$  அச்சினையும் அடைக்கியபடுப் பரப்பிணை காண்க.

— பதிப்புணை உடையது —