

THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA
 DIPLOMA IN TECHNOLOGY – (FOUNDATION LEVEL 02)
 FINAL EXAMINATION –2010/2011
 MPZ 2310 – PURE MATHEMATICS II
 DURATION – THREE (03) HOURS



DATE : 03rd March 2011

TIME:9.30 a.m. to 12.30 p.m.

You can't use mobile phones as a calculator. You can use non programmable calculators.
 Answer any six questions only.

01. (a) Prove the identity $\{x^2 + 16y^2\}^2 - 49x^2y^2 \equiv x^4 - 17x^2y^2 + 256y^4$
 Hence find the factors of $x^4 - 17x^2y^2 + 256y^4$, By using the above results find the positive integer solution of the equations.

$$x^4 - 17x^2y^2 + 256y^4 = 204$$

$$x^2 - 7xy + 16y^2 = 6$$

{Hint: find the values for $(x + 4y)^2$ and $(x - 4y)^2$;

- (b) Let $f(x) = x^2 + 2\lambda x + 2\lambda + 15$
- i. Find the values of λ such that $f(x)$ is positive for all real values of x .
 - ii. α, β are the roots of the equation $f(x) = 0$
 - I. Find the set of values of λ such that α and β are real.
 - II. Find the quadratic equation which has the roots $2\alpha + \alpha\beta$ and $2\beta + \alpha\beta$ in terms of λ .

- c) Define $\log_b a$, where a and b are positive numbers, and show that

$$\log_b a \cdot \log_a b = 1$$

Deduce that for any positive numbers a, b and c

i. $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$

ii. $\frac{1}{\log_a(abc)} + \frac{1}{\log_b(abc)} + \frac{1}{\log_c(abc)} = 1$

02. (a) Using the principle of Mathematical Induction show that, for each positive integer, n , $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ is divisible by 9.

(b) Let $U_r = \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ for $r = 1, 2, \dots$

Find $U_r - U_{r+1}$;

If $S_n = \sum_{r=1}^n \frac{1}{(2r-1)(2r+1)(2r+3)}$ for $n = 1, 2, \dots$

Show that $S_n = \frac{n(n+2)}{3(2n+1)(2n+3)}$

- (c) Find the set of real values of x satisfying the inequality $2x + \frac{21}{x+2} > 9$;

03. (a) A committee consists of 3 Civil Engineers and 4 Electrical Engineers. In how many ways can they sit in a row if

- i. They may sit in any order.
- ii. An engineer of the same field sit next to each other.
- iii. No two engineers of the same field sit next to each other.
- iv. The engineers of the same field sit next to each other such that one particular Civil Engineer always sits next to his wife who is an Electrical Engineer.

- (b) Find the value of k if the coefficient of x^4 in the expansion $\left(\frac{1}{x} + kx\right)^{10}$ is equal to $\frac{15}{16}$. For this value of k , find the term of the expansion that is independent of x ;

- (c) Given that when the polynomial $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ is divided by $x - 1$, the remainder is 4 and when it is divided by $x + 2$ the remainder is also 4. Find the values of the constants a and b .

04. (a) If $z = \cos\theta + j\sin\theta$; where θ is real. Show that $\frac{1}{1+z} = \frac{1}{2}(1 - j\tan\frac{\theta}{2})$

Express (i) $\frac{2z}{1+z^2}$, (ii) $\frac{1-z^2}{1+z^2}$ in the form $a + jb$, where a and b are real functions of θ

- (b) If $z = x + jy$ and $z^2 = a + jb$; where x, y, a, b are real, prove that $2x^2 = \sqrt{a^2 + b^2} + a$

By solving the equation $z^4 + 6z^2 + 25 = 0$ for z^2 , or otherwise express each of the four roots of the equation in the form $x + jy$.

- (c) Solve the following system of equations.

$$3x + 2y + 4z = 28$$

$$5x - y + 3z = 19$$

$$2x + y - z = 3$$

05. (a) Show that the triangle whose vertices are (1,1), (3,2), (2, -1) is isosceles.
- (b) One side of the rhombus lies along the line $5x + 7y = 1$ and one of the vertices is (3, -2). One diagonal of the rhombus is the line $3y = x + 1$. Find the coordinates of the other vertices and the equations of the remaining three sides of the rhombus. Also find the area of the rhombus.
06. Find the points of intersection of the circle $S \equiv x^2 + y^2 - 6x + 2y - 17 = 0$ and the line $x - y + 2 = 0$. Show that an equation of the circle S_1 which has the above two points as the ends of a diameter is $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$.

Show also that this circle and the circle $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 8x + 2y + 13 = 0$ touch externally.

07. (a) Evaluate the following limits.

i. $x \rightarrow 0 \left\{ \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} \right\}$ ii. $x \rightarrow \infty \frac{3x^3-1}{2x^3+1}$

iii. $x \rightarrow 0 \frac{\cos 9x - \cos 12x}{x^2}$

- (b) i. If $y = e^{3x} \sin 4x$; show that $\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 25y = 0$

Differentiate the following functions with respect to x simplifying your answers where possible.

$\alpha)$ $\frac{\sqrt{1+x^3}}{x^2}$

$\beta)$ $\sin^{-1} \left[\frac{3+4\cos x}{4+3\cos x} \right]$

- (c) A closed box with square base is to be made out of a given quantity of car board of area 300cm^2 . Find the maximum value of the box.

08. (a) Evaluate the following integrals.

i. $\int \frac{dx}{25x^2 + 16}$ ii. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$

iii. $\int \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} dx$

(b) Evaluate the following definite integrals.

i. $\int_0^{\pi/3} \sqrt{1 + \sin 2x} dx$ ii. $\int_0^{\pi/4} \sin 3x \cos 2x dx$

iii. $\int_0^{\pi/4} \tan^4 x dx$

(c) Find the area bounded by the curve $y = 25 - x^2$ and x axis.

09. (a) Given that $\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

Find the values of $\sin \frac{\pi}{12}$, $\cos \frac{\pi}{12}$ and $\tan \frac{\pi}{12}$

(b) Show that $2 \tan^{-1} \left(\frac{5}{12} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{120}{119} \right)$

(c) Prove in the usual notation that in ABC acute triangle $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Hence deduce the expressions for $\cos \frac{C}{2}$, $\sin \frac{C}{2}$ and $\sin C$ in terms of a, b and

c. Hence deduce the sine rule for a triangle.

- Copyrights reserved -



ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

ඉංජිනේරු තාක්ෂණ ඩිප්ලෝමා (පදනම්) පාඨමාලාව - ටට්ටම 02

අවසාන පරීක්ෂණය 2010/2011

ශුද්ධ ගණිතය - MPZ 2310 - II

කාලය - පැය 03 යි.

දිනය - 2011.03.03

වේලාව - පෙ.ව. 09.30 - 12.30 දක්වා

ප්‍රශ්න 06 කට පිළිතුරු සපයන්න.

Non programmable ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක. ගණක යන්ත්‍ර සඳහා ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

01. (a) $\{x^2 + 16y^2\}^2 - 49x^2y^2 \equiv x^4 - 17x^2y^2 + 256y^4$ සර්වසාමය සාධනය කරන්න.

ඒකයින් $x^4 - 17x^2y^2 + 256y^4$, හි සාධක සොයන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන්

$$x^4 - 17x^2y^2 + 256y^4 = 204$$

$$x^2 - 7xy + 16y^2 = 6$$

සමීකරණ සඳහා ධන නිඛිලමය විසඳුම් සොයන්න.

(ඉභිය : $(x+4y)^2$ හා $(x-4y)^2$ සඳහා අගයන් සොයන්න.)

(b) $f(x) = x^2 + 2\lambda x + 2\lambda + 15$; යැයි ගනිමු.

(i) x හි සියළුම තත්වික අගයන්ට $f(x)$ ධන වනසේ λ හි අගයන් සොයන්න.

(ii) α, β යනු $f(x) = 0$ හි මූල වේ.

(අ) α හා β තත්වික වනසේ λ හි අගයන් සොයන්න.

(ආ) $2\alpha + \alpha\beta, 2\beta + \alpha\beta$ මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය λ පද ඇසුරෙන් සොයන්න.

(c) a, b ධන සංඛ්‍යා වන $\log_b a$ අර්ථ දැක්වන්න.

$\log_b a \cdot \log_a b = 1$ බව සාධනය කරන්න.

a, b, c ධන සංඛ්‍යා වන විට

(i) $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$

(ii) $\frac{1}{\log_a abc} + \frac{1}{\log_b abc} + \frac{1}{\log_c abc} = 1$

බව අපෝහනය කරන්න.

02. (a) n ධන නිඛිලයක් විට $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$; යන්න 9 න් බෙදෙන බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සාධනය කරන්න.

(b) $U_r = \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}, r = 1, 2, \dots$ යැයි ගනිමු.

$U_r - U_{r+1}$ සොයන්න.

$$S_n = \sum_{r=1}^n \frac{1}{(2r-1)(2r+1)(2r+3)} \quad n = 1, 2, \dots \text{ නම්}$$

$$S_n = \frac{n(n+2)}{3(2n+1)(2n+3)} \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

(c) $2x + \frac{21}{x+2} > 9$ අසමානතාව තෘප්තකරන x හි තාත්වික අගයන් සොයන්න.

03. (a) කම්ඳුවක සිවිල් ඉංජිනේරුවරු 3 ක් හා විදුලි ඉංජිනේරුවරු 4 ක් සිටිති.

(i) ඕනෑම ආකාරයකට

(ii) එකම ඉංජිනේරු කෙණ්ඩයේ ඉංජිනේරුවරු එක ලඟ සිටින සේ

(iii) එකම ඉංජිනේරු කෙණ්ඩයේ ඉංජිනේරුවරු දෙදෙනෙක් කිසිවිටක එක ලඟ නොසිටින සේ

(iv) එකම ඉංජිනේරු කෙණ්ඩයේ ඉංජිනේරුවරුන් එක ලඟ සිටින සේත් විශේෂ සිවිල් ඉංජිනේරුවරයෙකු සැම විටම ඔහුගේ විදුලි ඉංජිනේරුවරියකු වූ බිරිඳ සමඟ එක ලඟ සිටින සේ කොපමණ ආකාර ගණනකට පේලියක වාඩි කළ හැකි ද?

(b) $\left(\frac{1}{x} + kx\right)^{10}$ ප්‍රසාරණයේ x^4 හි සංගුණකය $\frac{15}{16}$ ට සමාන වන සේ k හි අගය සොයන්න. k හි මෙම අගය සඳහා ප්‍රසාරණයේ x ගෙන් ස්වායත්ත පදය සොයන්න.

(c) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ බහුපද ශ්‍රිතය $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 4කි. එය $(x+2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය ද 4 ක් වේ. a හා b නියතවල අගයන් සොයන්න.

04. (a) $z = \cos \theta + j \sin \theta$; θ තාත්වික වේ.

$$\frac{1}{1+z} = \frac{1}{2} \left(1 - j \tan \frac{\theta}{2}\right) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$(I) \frac{2z}{1+z^2} \quad (II) \frac{1-z^2}{1+z^2} \quad \text{යන මේවා}$$

a හා b θ හි තත්වික ශ්‍රිත වූ $a+jb$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) $z = x + yj$ සහ $z^2 = a + jb$ වේ. මෙහි x,y,a,b තත්වික වේ.

$$2x^2 = \sqrt{a^2 + b^2} + a \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$z^4 + 6z^2 + 25 = 0$ සමීකරණය z^2 සඳහා විසඳීමෙන් හෝ අන් අයුරකින් ඉහත සමීකරණයේ මූල අතර $x+jy$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

(c) පහත සමීකරණ පද්ධතිය විසඳන්න.

$$3x + 2y + 4z = 28$$

$$5x - y + 3z = 19$$

$$2x + y - z = 3$$

05. (a) (1,1),(3,2) (2,-1) ශීර්ෂ වන සේ වූ ත්‍රිකෝණය සමද්‍රවීපාද බව පෙන්වන්න.

(b) රොම්බසයක එක් පාදයක් $5x + 7y = 1$ ඔස්සේ පිහිටන අතර, (3,-2) ලක්ෂ්‍යය එක් ශීර්ෂයක් වේ. රොම්බසයේ එක් විකර්ණයක සමීකරණය $3y = x + 1$ වේ. රොම්බසයේ ඉතිරි ශීර්ෂ තුනේ ඛණ්ඩාංක හා ඉතිරි පාද තුනේ සමීකරණ සොයන්න. රොම්බසයේ වර්ගඵලයද සොයන්න.

06. $S \equiv x^2 + y^2 - 6x + 2y - 17 = 0$ වෘත්තය හා $x - y + 2 = 0$ රේඛාව ජේදනය වන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. මෙම ලක්ෂ්‍ය දෙක විෂ්කම්භයන් දෙකෙළවර වන සේ වූ වෘත්තයේ සමීකරණය $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙම S_1 වෘත්තයත්, $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 8x + 2y - 13 = 0$ වෘත්තයත් බාහිරව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

07. (a) පහත සීමාවන් අගයන් සොයන්න.

(i) $x \xrightarrow{0^+} 0 \quad \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} \quad (ii) x \xrightarrow{\infty} \infty \quad \frac{3x^3-1}{2x^3+1}$

(iii) $x \xrightarrow{0} 0 \quad \frac{\cos 9x - \cos 12x}{x^2}$

(b)(i) $y = e^{3x} \sin 4x$ නම් $\frac{d^2y}{dx^2} - 6 \frac{dy}{dx} + 25y = 0$ බව පෙන්වන්න.

පහත ශ්‍රිත x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න. පිළිතුරු හැකිතාක් සුළුකර දක්වන්න.

$$(\alpha) \frac{\sqrt{1+x^3}}{x^2} \quad (\beta) \sin^{-1} \left\{ \frac{3+4\cos x}{4+3\cos x} \right\}$$

- (c) දී තිබෙන 300 cm^2 කාඩ්බෝඩ් ප්‍රමාණයකින් සංවෘත, පතුළ සමචතුරශ්‍රාකාර පෙට්ටියක් තනාගනු ලැබේ. පෙට්ටියට ගත හැකි උපරිම පරිමාව සොයන්න.

08. (a) මෙම අනුකලනයන් අගයන්න.

$$(i) \int \frac{dx}{25x^2+16} \quad (ii) \int \frac{dx}{\sin x + \cos x} \quad (iii) \int \frac{1+\sin x}{1+\sin x} dx$$

- (b) පහත නිශ්චිත අනුකලන අගයන්න.

$$(i) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1 + \sin 2x} dx \quad (ii) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cos 2x dx$$

$$(iii) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x dx$$

- (c) x අක්ෂය සමඟ $y = 25 - x^2$ වක්‍රයෙන් වටවෙන වර්ගඵලය සොයන්න.

09. (a) $\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ බව දී තිබේ.

$$\sin \frac{\pi}{12}, \cos \frac{\pi}{12} \text{ හා } \tan \frac{\pi}{12} \text{ හි අගයන් සොයන්න.}$$

- (b) $2 \tan^{-1} \left(\frac{5}{12} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{120}{119} \right)$ බව පෙන්වන්න.

- (c) $\triangle ABC$ ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සාමාන්‍ය අංකනයට අනුව $C^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos c$ බව සාධනය කරන්න. ඒනයිත් $\cos \frac{c}{2}, \sin \frac{c}{2}$ හා $\sin c$ සඳහා ප්‍රකාශන a, b, c පද ඇසුරෙන් අපෝහනය කරන්න. ඒනයිත් ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින නිති අපෝහනය කරන්න.

- නිමිකම් ඇවිරිණි. -

வினாக்கள் நிறைவேற்றப் பரீட்சைகளுக்காக

தொழில்நுட்பவியல் பரீட்சைகளுக்காக - சிபிஐஐஐ - மட்டம் 2

கி.ஆர்.பி.பி.பி. - 2010/2011

MPZ 230 - தாயகத்திற்கும் II

காலம் : மூன்று மணிநேரத்திற்குள்



திகதி : 03.03.2011

நேரம் : 9.30 - 12.30

கணவியாணாக கைத்தொலைபேசியான பண்படுத்திப் படிப்பது.

ஆறு வினாக்களில் மட்டும் விடைமளிக்க.

20) (a) சமன்பாடு $\{x^2 + 16y^2\}^2 - 49x^2y^2 = x^4 - 17x^2y^2 + 256y^4$ க்கான நியமம்.

இதிலிருந்து $x^4 - 17x^2y^2 + 256y^4$ க்கு காரணிகளை காண்க.

மேலே கொடுக்கப்பட்ட விடையைப் பயன்படுத்தி

$$x^4 - 17x^2y^2 + 256y^4 = 204$$

$$x^2 - 7xy + 16y^2 = 6 \text{ எனும் சமன்பாடுகளை}$$

-ஆகிய இரண்டு முழு எண் தீர்வுகளைக் காண்க.

(உதவி: $(x+4y)^2$, $(x-4y)^2$ க்குப் பொருத்தமான காரணிகளை)

(b) $f(x) = x^2 + 2\lambda x + 2\lambda + 15$ என எடுக்க.

(i) x க்கு எல்லா பொருத்தமானவற்றிற்கும் $f(x)$ க்கு காரணிகளை λ க்குப் பொருத்தமானவற்றை காண்க.

(ii) $f(x) = 0$ க்கு காரணிகள் α , β ஆக இருப்பின்

(I) α , β என்னவென மெய்யாக இருப்பதற்கு λ க்கு காரணிகளை α , β க்குப் பொருத்தமானவற்றை காண்க.

(II) $(2\alpha + \alpha\beta)$, $(2\beta + \alpha\beta)$ எனும் மூலங்களைக் கொண்டுள்ள இருபடிச் சமன்பாட்டை λ உறுப்புகளாகக் காண்க.

(c) $\log_b a$ கிணை வரைமங்க. இங்கு a, b எப்பண ருபர் எண்கள்.

$\log_b a \cdot \log_a b = 1$ என்க் காட்டுக. அதிலிருந்து ஏதாவது ருபர் எண்கள் a, b, c இங்கு பிணிலுவுவனவற்றை உய்த்தறிக.

$$(i) \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$$

$$(ii) \frac{1}{\log_a(abc)} + \frac{1}{\log_b(abc)} + \frac{1}{\log_c(abc)} = 1$$

2) (a) கணதத்தொகுத்தறவு இறைணயிபரணித்து ஏவ்வாடு ருபர் குருணர் n இங்கு $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ கனது 9 கிணால் உடுயடும் என்க் காட்டுக.

$$(b) U_r = \frac{1}{(2r-1)(2r+1)} \quad \text{என எங்க்.} \quad r=1, 2, \dots$$

$U_r - U_{r+1}$ கிணைக் காண்க.

$$n=1, 2, \dots \quad \text{இங்கு} \quad S_n = \sum_{r=1}^n \frac{1}{(2r-1)(2r+1)(2r+3)} \quad \text{எனனர்}$$

$$S_n = \frac{n(n+2)}{3(2n+1)(2n+3)} \quad \text{என்க் காட்டுக.}$$

(c) கணால் $2x + \frac{21}{x+2} > 9$; கிணை திருபதியடுத்தம் x கிணைய

டுமய்யவறமண தொகுதியணை காண்க.

- (03) (a) ஒரு குழுவானது 3 இடசாரி யொழியியலாளர்களையும் 3 இலத்திர னாயல் யொழியியலாளர்களையும் கொண்டிருந்தது. எத்தனை வழிகளால் அவர்களை ஒரு வானசயல் உட்காரவைக்க முடியும்
- (i) ஏதாவது ஒரு இடசாரி அவர்கள் இருக்கவைக்கப்பட்டால்
- (ii) ஒரு துறையல் இருக்கும் யொழியியலாளர் ஒருவருக்கு அருகில் அருகில் இருப்பதற்கு
- (iii) ஒரு துறையல் இருக்கும் ஒரு யொழியியலாளர்கள் ஒருவருக்கு அருகில் அருகில் இருக்காமல் இருப்பதற்கு
- (iv) இறுதியில் ஒரு இடசாரி யொழியியலாளர் ஒருவர் இலத்திரனாயல் யொழியியலாளராக இருக்கும் அவரது மண்ணகிக்குப் பக்கத்தில் இருக்கின்ற ஒரு துறையல் இருக்கும் யொழியியலாளர்களை அருகில் உட்கார வைப்பதற்கு.

(b) $\left(\frac{1}{x} + kx\right)^{10}$ கிடைக்கக்கூடிய வரிசையில் $x + 1$ கிடைக்கக்கூடிய இணக்கம் $\frac{15}{16}$ கிடைக்க

கூடிய ஒரு கிடைக்கக்கூடிய k கிடைக்கக்கூடிய பெறுபொருளைக் காண்க.

k கிடைக்கக்கூடிய இயல்பொருள்களில் x கிடைக்கக்கூடிய சார்பு உறுப்புகளை காண்க.

- (c) பல்லுறுப்பி $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ ஆனது $(x-1)$ கிடைக்கக்கூடிய வகுபொருளாகும் மீதி 4 எனவும் $(x+2)$ கிடைக்கக்கூடிய வகுபொருளாகும் மீதி 4 எனவும் தரப்படுகிறது. மாறிலிகள் a, b கிடைக்கக்கூடிய பெறுபொருள்களை காண்க.

24) (a) $Z = \cos \theta + j \sin \theta$ என்க; அதி θ மெய்.

$$\frac{1}{1+Z} = \frac{1}{2} (1 - j \tan \frac{\theta}{2}) \text{ எனக்காட்டுக.}$$

(i) $\frac{2Z}{1+Z^2}$ (ii) $\frac{1-Z^2}{1+Z^2}$ கிண $a + jb$ எனும் உமவில் எடுத்தரைக்க.

அதி a, b என்க θ கிண உமய மெய்ச்சாய்கள்.

(b) $Z = x + jy$ அதி $Z^2 = a + jb$ என்க; அதி a, b, x, y என்க மெய், Z^2 அதி $Z^4 + 6Z^2 + 25 = 0$ எனும் சமன்பாட்டை தீர்யதன் மூலமா அலகை சமன்பாட்டிண உமய நான்கு மூல்கள் ஒவ்வொன்றையும் $x + jy$ உமவில் எடுத்தரையதன் மூலமா $2x^2 = \sqrt{a^2 + b^2} + a$ என்க திண.

(c) மிண உம சமன்பாட்டுத்தொகுதியை தீர்க்க.

$$3x + 2y + 4z = 28$$

$$5x - y + 3z = 19$$

$$2x + y - z = 3$$

(05) (a) உச்சிகள் $(1, 1), (3, 2), (2, -1)$ என்க மிண தொண்ட முக்கோணமண அதி உமயக முக்கோண எனக்காட்டுக.

(b) சாய்சதரம் ஒன்றிண ஒருமகம் கோடு $5x + 7y = 1$ அதி உமயம அதி ஒரு உச்சி $(3, -2)$ அதி அதி சாய்சதரத்திண ஒரு மூலமட்டமணது கோடு $3y = x + 1$ அதி அதி. மிண உச்சிகளண சிண குகண காண்க. அதி $Z = x + jy$ சாய்சதரத்திண மிண மிண மிண மிண சமன்பாட்டையும், சாய்சதரத்திண மிண மிண காண்க.

- (06) உட்படி $S \equiv x^2 + y^2 - 6x + 2y - 17 = 0$ உம் கோடு $x - y + 2 = 0$ உம் கிடைவடிவம் புள்ளிகளை காண்க. மேலே வறியபடி ஒரு புள்ளிகளையும் அடங்கி ஒரு மிகமிகமான கோண்ட உட்படி S_1 கின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ எனக் காட்டுக.
- அடுத்த உட்படி $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 8x + 2y + 13 = 0$ உம் வளைவு பக்கமாக ஒன்றையொன்று தொடுவது எனவும் காட்டுக.

(07) பின்வரும் எல்லைகளை துணிக்க.

(a) (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 1}{2x^3 + 1}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 9x - \cos 12x}{x^2}$

(b) (i) $y = e^{3x} \sin 4x$ என்க; $\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 25y = 0$ என காட்டுக.

(ii) x இறந்த பின்வரும் சார்புகளை உகையாடுக. உகையாடலுக்கு உதவுகின்ற சார்புகளைக் காட்டுக.

(I) $\frac{\sqrt{1+x^3}}{x^2}$

(II) $\sin^{-1} \left[\frac{3 + 4 \cos x}{4 + 3 \cos x} \right]$

(c) 300 cm^2 பரப்பளவுள்ள கோண்ட தளத்தின் மட்டையொன்றின் அளவைக் கண்டுபிடிக்க. ஒரு மிகமிகமான ஒன்று உருவாக்கப் படுகிறது. மட்டையொன்றைக் கண்டறிவது கண்டறிவது காண்க.

(08) (a) மின்னலும் தொகையீடுகளை துணைக்க.

$$(i) \int \frac{dx}{25x^2+16}$$

$$(ii) \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

$$(iii) \int \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} dx$$

(b) மின்னலும் வகையற்ற தொகையீடுகளை துணைக்க.

$$(i) \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + \sin 2x} dx$$

$$(ii) \int_0^{\pi/4} \sin 3x \cos 2x dx$$

$$(iii) \int_0^{\pi/4} \tan^4 x dx$$

(c) வட்டம் $y = 25 - x^2$ இரண்டு x அச்சினாலும் அடைந்தபடி உட்கட்டி வரப்படுகின்ற கரண்கள்.

(09) (a) $\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ எனக் கருதுக.

$\sin \frac{\pi}{12}$, $\cos \frac{\pi}{12}$, $\tan \frac{\pi}{12}$ இவற்றை உபயோகித்து கரண்கள்.

(b) $2 \tan^{-1} \left(\frac{5}{12} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{120}{119} \right)$ எனக் காட்டுக.

(c) உட்கட்டி வரப்பட்ட முக்கோணம் ABC இன் உட்கட்டி வரப்பட்ட கோணம் C $C^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ எனக் காட்டுக.

இவற்றைக் $\cos \frac{C}{2}$, $\sin \frac{C}{2}$, $\sin C$ இவற்றை உபயோகித்து a, b, c உட்கட்டி வரப்பட்ட முக்கோணம் $\sin \frac{A}{2}$ எனக் காட்டுக.