இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

கணிதத் திணைக்களம்

விஞ்ஞானத்தில் உயர்சான்றிதழ்

MYF2520/MHF2520 – இணைந்த கணிதம் 2 – மட்டம் 2

இறுதிப் பரீட்சை **2021/22**

திகதி:- 21-01-2023 முப 09.30 இலிருந்து பிப 12.30 வரை

பகுதி **A** இல் அனைத்து வினாக்களுக்கும் மற்றும் பகுதி **B** இல் **ஐந்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

பகுதி A

1. $ABCD$ என்னும் சரிவகத்தில், DC மற்றும் AB ஆகியன சமாந்தரமாகும் மற்றும் பக்கம் DC இன் நீளம் AB இன் இரண்டு மடங்குக்கு சமனாகும். $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$ எனக் காட்டுக.

2. $|\underline{a}| = |\underline{b}|$ எனின், காவிகள் $(\underline{a} + \underline{b})$ மற்றும் $(\underline{a} - \underline{b})$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக.

3. P மற்றும் Q ஆகிய இரண்டு விசைகள் θ கோணத்தில் ஒன்றுக்கொன்று சாய்வாக செயல்படும் போது, அவற்றின் விளையுள் $5\sqrt{P^2 + Q^2}$ ஆகும். இரண்டு விசைகள் $(90^0 - \theta)$ வில் சாய்வாகும் போது, அவற்றின் விளையுள் $3\sqrt{P^2 + Q^2}$ ஆகும். $\tan\theta = \frac{1}{3}$ எனக் காட்டுக.

4. W நிறையுடைய ஒரு துணிக்கை அதனுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள இரண்டு இழைகளால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இழைகளின் மற்றைய முனைகள் அதே கிடைமட்ட மட்டத்தில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ஒரு இழை கிடைக்கு 30° இல் சாய்ந்துள்ளது. மற்றைய இழையின் இழுவை குறைவாக இருக்க அதன் திசை என்னவாக இருக்க வேண்டும்.

5. ஒரு சீரான கோலின் ஒரு முனை செங்குத்து சுவரில் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோலின் மறுமுனையில் இணைக்கப்பட்ட ஒரு இழையின் மூலம் இது சமநிலையில் வைக்கப்படுகிறது. கோல் மற்றும் இழை இரண்டும் கிடைமட்டமாக ஒரே கோணம் θ வில் சாய்வில் உள்ளன. கோலின் நிறை W எனின் பிணையலில் உள்ள மறுதாக்கம் $\frac{W}{4}\sqrt{8 + cosec^2\theta}$ எனக் காட்டுக.

6. ஒரு சைக்கிள் ஓட்டுபவர், ஒரு நேரான சாலையில் சீரான ஆர்முடுகலுடன் A, B மற்றும் C ஆகிய புள்ளிகளைக் கடந்து பயணம் செய்கிறார், இங்கு $AB = BC = 20\,m$ ஆகும். சைக்கிளோட்டியின் வேகம் A இல் $8\,ms^{-1}$ மற்றும் B இல் $12\,ms^{-1}$ ஆகும். C இல் சைக்கிளோட்டியின் வேகத்தைக் காண்க.

7. ஆரம்ப வேகம் $32\,ms^{-1}$ உடன் O என்னும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு பந்து செங்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியப்படுகிறது. வளித்தடையை புறக்கணித்து, ஈர்ப்பு விசையின் கீழ் பந்து O விற்கு திரும்ப எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

8. ஒரு எறிபடை கிடைக்கு 45° கோணத்தில் ஏவப்படுகிறது. அது ஏறியப் புள்ளியில் இருந்து 1.28 km தொலைவில் தரையிறங்குகிறது. ஆரம்ப வேகத்தைக் கணிக்க.

9. இரண்டு துணிக்கைகள் ஒரு ஒப்பமான நிலையான கப்பி வழியாக செல்லும் ஒரு இலேசான நீட்டமுடியா இழையினால் இணைக்ககப்பட்டுள்ளது. கனமான துணிக்கை நிலைப்பட்டுள்ளது எனவே அந்த இழை இறுக்கப்படுகிறது, மற்றும் கப்பியுடன் தொடுகையில் இல்லாத இழையின் ஒரு பகுதி செங்குத்தாக உள்ளது. ஒய்விலுருந்து தொகுதி விடுவிக்கப்படும் போது துணிக்கைகள் $\frac{1}{2}g$ ஆர்முடுகல்களைக் கொண்டுள்ளது. துணிக்கைகளின் திணிவுகளின் விகிதங்களைக் காண்க.

10. ஒரு சிறுமி 5kmh^{-1} வேகத்தில் நேரான பாதையில் சைக்கிளில் செல்கிறாள். ஒரு சிறுவன் சிறுமியின் பாதையை நோக்கி செங்குத்தாக நேரான பாதையில் 3kmh^{-1} வேகத்தில் சைக்கிளை ஒட்டுகிறான். சிறுமி சார்பாக சிறுவனின் வேகம் என்ன?

பகுதி B

11. (a) ஒரு நாற்பக்கல் $ABCD$ இன் மூலைவிட்டங்கள் O வில் இடைவெட்டுகின்றன. மூலைவிட்டங்கள் AC மற்றும் BD இன் நடுப்புள்ளிகள் முறையே X மற்றும் Y ஆகும்.

(i) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BX}$.

(ii) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = 4\overrightarrow{XY}$.

(iii) If $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OM}$ எனக் காட்டுக.

(b) $|\underline{a}| = 2$ மற்றும் $|\underline{b}| = 3$ என ஆகுமாறு $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ ஆகியன இரண்டு காவிகள் ஆகும். $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ இற்கு இடையே உள்ள கோணம் $\frac{2\pi}{3}$ ஆகும். $\underline{a}.\underline{b}$ ஐக் காண்க. $|\underline{a} + 2\underline{b}|$, $|\underline{a} - 2\underline{b}|$ மற்றும் $(\underline{a} + 2\underline{b}).(\underline{a} - 2\underline{b})$ என்பவற்றைக் கணிக்க.

இதிலிருந்து $\underline{a} + 2\underline{b}$ மற்றும் $\underline{a} - 2\underline{b}$ இற்கு இடையே உள்ள கோணத்தைக் காண்க.

12. $ABCD$ என்னும் செவ்வகத்தில், $AB = 8m$ மற்றும் $BC = 6m$ ஆகும். P, Q, R மற்றும் S ஆகியவை முறையே AB, BC, CD மற்றும் DA ஆகிய பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளாகும். $5, 10, 15, 20, \lambda$ மற்றும் μ ஆகிய பருமன்களைக் கொண்ட விசைகள் முறையே $\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{QR}, \overrightarrow{RS}, \overrightarrow{SP}, \overrightarrow{AC}$ மற்றும் $\overrightarrow{BD}$ திசைகளில் தொழிற்படுகின்றன.

(a) விசைத் தொகுதி சமநிலையில் இல்லை என்பதைக் காட்டுக.

(b) விசைத் தொகுதி ஒரு இணையாக ஒடுக்கப்பட்டால், $\lambda = \mu = 10$ எனக் காட்டுக.

(c) விசைத் தொகுதி C இல் செயற்படும் ஒரு விசையாக ஒடுக்கப்பட்டால், $\mu = 35$ எனக் காட்டுக.

13. ஒரு சீரான வட்டத் தட்டு a ஆரை மற்றும் W நிறையைக் கொண்டுள்ளது. $2a$ நீளமுடைய இலேசான நீட்டமுடியாத இழை ஒன்றின் ஒரு முனை தட்டின் விளிம்பின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் மற்றைய முனை ஒரு ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவரின் மீது உள்ள ஒரு நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது, எவ்வாறு எனின் தட்டானது நிலைக்குத்து தளத்தில் சுவருக்கு செங்குத்தாக சமநிலையிலுள்ளது மற்றும் அதனுடன் தொடுகையிலுள்ளது. இழையில் உள்ள இழுவை மற்றும் சுவரில் இருந்து தட்டின் மீதுள்ள மறுதாக்கம் என்பவற்றைக் காண்க.

14. ஒரு கார் நேரான சாலையில் புள்ளி A ஐக் கடக்கும் போது, அதன் வேகம் $10\,ms^{-1}$ ஆகும். கார் நிலையான ஆர்முடுகல் $a\,ms^{-2}$ உடன் T செக்கன்களுக்கு புள்ளி B ஐ அடையும் வரை பயணிக்கிறது, இங்கு அதன் வேகம் $V\,ms^{-1}$ ஆகும். கார் இதே வேகத்தில் மேலும் 10 செக்கன்கள் பயணம் செய்து புள்ளி C ஐ அடைகிறது. C இலிருந்து அது புள்ளி D இல் $20\,ms^{-1}$ வேகத்தை அடையும் வரை நிலையான ஆர்முடுகல் $3a\,ms^{-2}$ உடன் மேலும் T செக்கன்கள் பயணிக்கிறது. இயக்கத்திற்கான (t, v) வரைபினை வரைக, மற்றும் $V = 12.5ms^{-1}$ எனக் காட்டுக.
A மற்றும் D இற்கு இடையே உள்ள தூரம் 675 m எனத் தரப்படின், a மற்றும் T இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

15. ஒரு காப்பாளரால் ஒரு பந்தை உயர் கோணத்தில் விட தாழ் கோணத்தில் வேகமாக வீச முடியும். இது ஒரு θ கோணத்தில், $k\sqrt{\cos\theta}$ என்னும் வேகத்தில் அவரால் பந்தை வீச முடியும் எனக் கருதி வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது, இங்கு k ஒரு மாறிலி ஆகும்.
(a) அவர் எறியக் கூடிய கிடைமட்ட தூரம் $\frac{2k^2}{g}(sin\theta - sin^3\theta)$ ஆல் தரப்பட்டுள்ளது எனக் காட்டுக.
(b) சம தரையில் அவர் பந்தை எறியக் கூடிய அதிகபட்ச தூரத்தைக் காண்க.

16. 1200 kg நிறையுடைய ஒரு வேன், 800 kg நிறையுடைய ஒரு காரை கிடைமட்டாக 8° சாய்ந்த சாய்வில் இழுத்துச் செல்கிறது. வேனின் இயக்கத்திற்கான தடையானது சாய்வுக்கு சமாந்தரமாக செயற்படும் 500 N பருமனுடைய ஒற்றை விசையால் வடிவமைக்கப்படலாம். காரின் இயக்கத்திற்கான தடையானது சாய்வுக்கு சமாந்தரமாக செயற்படும் 200 N பருமனுடைய ஒற்றை விசையால் வடிவமைக்கப்படலாம். வேன் சீரான வேகத்தில் செல்கிறது. நீங்கள் செய்த ஒரு எடுகோளைக் கூறி,

(a) வேனிற்கும் காரிற்கும் இடையில் காணப்படும் இழுவைக் கயிற்றின் இழுவை,

(b) வேனில் தொழிற்படும் உந்து விசை, என்பவற்றைக் காண்க.

வேனில் தொழிற்படும் உந்து விசை 4000 N ஆக அதிகரிக்கப்பட்டுள்ளது. வேன் அதன் வேகத்தை $10\,ms^{-1}$ இலிருந்து $14\,ms^{-1}$ ஆக அதிகரிக்க எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

17. (a) M நிறையுடைய ஒரு துப்பாக்கி கிடைக்கு α கோணத்தில் சாய்ந்து ஓய்விலுள்ளது அதனால், அது ஒரு ஒப்பமான தளத்தில் சுதந்திரமாக பின்னடிக்க முடியும். m திணிவுடைய ஒரு தோட்டா அதிலிருந்து கிடைக்கு θ கோணத்திற்கு சாய்ந்தவாறு ஒரு வேகம் v உடன் சுடப்படுகிறது. $\tan\theta = \left(1+\frac{m}{M}\right)\tan\alpha$ எனக் காட்டுக.

(b) $10\,ms^{-1}$ வேகத்தில் நகரும் 1 kg நிறையுடைய ஒரு கோளம் A, $8\,ms^{-1}$ வேகத்தில் அதே திசையில் நகரும் 2.5 kg நிறையுடைய கோளம் B உடன் நேரடியாக மோதுகிறது. மோதலின் பின் A மற்றும் B இன் வேகங்கள் முறையே u மற்றும் v ஆகவும் மற்றும் மீளமைவுக் குணகம் e ஆகவும் இருப்பின், $u = \frac{10}{7}(6-e)$ மற்றும் $v = \frac{4}{7}(15+e)$ எனக் காட்டுக.

$\frac{50}{7} \leq u \leq \frac{60}{7}$ மற்றும் $\frac{60}{7} \leq u \leq \frac{64}{7}$ என்பவற்றை உய்த்தறிக.