ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

අවසාන පරීක්ෂණය - 2024/2025

ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

PEU3301 - ගණිත පදනම

කාලය: පැය 2 යි.

දිනය: 28-04-2025

වේලාව: ප.ව. 1.30 සිට ප.ව. 3.30 දක්වා

පොදු උපදෙස්

1. ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු දීමට පෙර සියලුම උපදෙස් හොඳින් කියවන්න.
2. මෙම පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ, **A** කොටස සහ **B** කොටස. **A** කොටස අනිවාර්ය වන අතර එය ව්‍යුහගත රචනා ප්‍රශ්න හයකින් සමන්විත වේ.
3. **B** කොටස රචනා ආකාරයේ ප්‍රශ්න පහකින් සමන්විත වන අතර පිළිතුරු සැපයියයුත්තේ ඒවායින් තුනකට පමණි. **B** කොටසේ සෑම ප්‍රශ්නයකටම ලකුණු **100** බැගින් හිමිවේ.

A කොටස

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

1.

a) $A = \{n \in \mathbb{N}: n^2 + n + 23\}$ කුලකය ශූන්‍ය නොවන බව ඔප්පු කරන්න.

b) A, B සහ C යනු කුලක වේ. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ බව සාධනය කරන්න.

c) $f(x) = \frac{3x-1}{x-1}, x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ශ්‍රිතයේ පරාසය (range) සොයන්න.

d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4},\ x \in [2, \infty)$ සහ $g(x) = \frac{x^2}{x^2+4},\ x \in \mathbb{R}$ ලෙස සලකන්න. $g \circ f$ සොයන්න.

e) $f(x) = x^2,\ x \in \mathbb{R}$ ලෙස සලකන්න. $f([-1, 3])$ සොයන්න.

f) එකතු කිරීමේ ප්‍රත්‍යක්ෂ භාවිතා කරමින්, $(-0) = 0$ බව පෙන්වන්න.

B කොටස

ප්‍රශ්න තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

2.

a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $\frac{|2x-3|}{3x-2} \leq 4$ අසමානතාව විසඳන්න.

b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ යන්න $f(x) = 2x - 3$ මගින් නිර්වචනය කරමු. $f^{-1}([2,9))$ සොයන්න.

c) $x + y$ ඔත්තේ වන පරිදි x සහ y නිඛිල ලෙස සලකමු. x ඉරට්ටේ හෝ y ඉරට්ටේ බව සාධනය කරන්න.

3.

a) සියලුම $x, y \in \mathbb{R}$ සඳහා $x \leq y$ වන පරිදි xRy මගින් $\mathbb{R}$ මත අර්ථ දක්වා ඇති සම්බන්ධතාවය R යයි ගන්න.

i. R යනු $\mathbb{R}$ මත ආංශික පරිපාටිගත සම්බන්ධතාවයක් (partial order relation) බව පෙන්වන්න.

ii. R සම්බන්ධතාවය $\mathbb{R}$ මත පූර්ණ පරිපාටිගත සම්බන්ධතාවයක්ද (total order relation)? ඔබේ පිළිතුර සාධාරණීකරණය කරන්න.

b) $m \in \mathbb{N}$ ලෙස ගන්න. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය (principle of mathematical induction) භාවිතා කරමින්

i. සෑම $n \in \mathbb{N}$ සඳහාම $m + n \in \mathbb{N}$ බව සහ,

ii. සෑම $n \in \mathbb{N}$ සඳහාම $mn \in \mathbb{N}$ බව සාධනය කරන්න.

4.

a) $f(x) = \frac{2}{x}$, $x \in (0,1)$ ලෙස ගන්න.

i. f යනු $(0,1)$ සිට $(1,\infty)$ දක්වා සමක්ෂේපණයක් (bijection) වන බව පෙන්වන්න.

ii. f හි ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතය පවතීද? ඔව් නම්, ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතය $f^{-1}(x)$ සොයන්න.

b) α යනු ශූන්‍ය නොවන වීජීය සංඛ්‍යාවක් (algebraic number) වේ නම්, $\frac{1}{\alpha}$ යනු වීජීය සංඛ්‍යාවක් (algebraic number) බව පෙන්වන්න.

5.

a) සෑම තාත්වික සංඛ්‍යා c ම ශූන්‍ය කුලකය $\emptyset$ හි ඉහළ සපර්යන්තයක් බව ඔප්පු කරන්න.

b) $(0, 2)$ විවෘත ප්‍රාන්තරය සලකන්න.

i. $(0, 2)$ සපර්යන්ත (bounded) බව පෙන්වන්න.

ii. $(0, 2)$ කුලකයට අවමයක් (minimum) නොමැති බව සාධනය කරන්න.

iii. $\sup(0, 2) = 2$ බව පෙන්වන්න.

6.

a) $n \in \mathbb{N}$ සඳහා $a_n = \frac{1}{3^{2n-1}}$ ලෙස සලකන්න.

i. සෑම $n \in \mathbb{N}$ සඳහාම n වන ආංශික ඓක්‍යය (n^{th} partial sum) $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ සොයන්න.

ii. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී (converges) වන බව ද, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{4}$ බව ද පෙන්වන්න.

b) $n \in \mathbb{N}$ සඳහා, $b_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$ ශ්‍රේණිය අපසාරී (diverges) වන බව පෙන්වන්න.

c) අනුක්‍රමයක සීමාව පිළිබඳ නිර්වචනය භාවිතයෙන් $\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} = 0$ බව සාධනය කරන්න

****