ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

අවසාන පරීක්ෂණය - 2023/2024

ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

PEU3301 - ගණිත පදනම

කාලය: පැය 2 යි.

දිනය: 17.03.2024 වේලාව: ප.ව. 1.30 සිට ප.ව. 3.30 දක්වා

පොදු උපදෙස්

1. ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු දීමට පෙර සියලුම උපදෙස් හොඳින් කියවන්න.
2. මෙම පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ, **A** කොටස සහ **B** කොටස. **A** කොටස අනිවාර්ය වන අතර එය ව්‍යුහගත රචනා ප්‍රශ්න හයකින් සමන්විත වේ.
3. **B** කොටස රචනා ආකාරයේ ප්‍රශ්න පහකින් සමන්විත වන අතර පිළිතුරු සැපයියයුත්තේ ඒවායින් තුනකට පමණි. **B** කොටසේ සෑම ප්‍රශ්නයකටම ලකුණු **100** බැගින් හිමිවේ.

A කොටස

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

1.

a) $A = \{1, 2, \{1\}, \{1, 2\}\}$ ලෙස සලකන්න. A හි බල කුලකය (power set) සොයන්න.

b) A සහ B යනු කුලක වේ. $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$ බව පෙන්වන්න.

c) $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ ශ්‍රිතයේ වසම (domain) සොයන්න.

ඔබේ පිළිතුර ප්‍රාන්තර අංකනයෙන් (interval notation) ප්‍රකාශ කරන්න.

d) $f(x) = 3x - 1, x \in \mathbb{R}$ සහ $g(x) = x^2 + 2, x \in \mathbb{R}$ ලෙස සලකන්න.

$f \circ g$ සොයන්න.

e) $f(x) = x^3, x \in \mathbb{R}$ ලෙස සලකන්න. $f([3,5])$ සොයන්න.

f) $m \in \mathbb{N}$ වේ. ගණිත අභ්‍යුහනය (mathematical induction) භාවිතා කිරීමෙන්, සෑම $n \in \mathbb{N}$ ට ම $m + n \in \mathbb{N}$ වන බව පෙන්වන්න.

B කොටස

ප්‍රශ්න තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

2.

a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $\frac{2x-5}{x-4} \geq 3$ අසමානතාව විසඳන්න.

b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ යන්න $f(x) = x^2 + 1$ මගින් නිර්වචනය කරමු. $f^{-1}([2, 10))$ සොයන්න.

c) A, B සහ C යනු කුලක වේ. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ බව සාධනය කරන්න.

3.

a) m නිඛිලයක් ලෙස සලකන්න. $x - y$ යන්න m ගෙන් බෙදන්නේ නම් xRy මගින් $\mathbb{Z}$ මත අර්ථ දක්වා ඇති සම්බන්ධතාවය R යයි ගන්න.

i. R යනු $\mathbb{Z}$ මත තුල්‍යතා සම්බන්ධතාවයක් (equivalence relation) බව පෙන්වන්න.

ii. $m = 2$ ලෙස ගෙන, $R_0 = \{2n : n \in \mathbb{Z}\}$ සහ $R_1 = \{2n + 1 : n \in \mathbb{Z}\}$ යනු R ට අයත් එකම තුල්‍යතා පන්ති (equivalence classes) දෙක බව පෙන්වන්න.

b) $x, y \in \mathbb{Z}$ ලෙස සලකන්න.

i. x ඉරට්ටේ සහ y ඉරට්ටේ නම්, $x + y$ ඉරට්ටේ බව ද,

ii. x ඉරට්ටේ සහ y ඉරට්ටේ නම්, xy ඉරට්ටේ බව ද,

සාධනය කරන්න.

4.

a) $f(x) = 4x + 5, x \in [1, 2]$ යයි ගන්න. f යනු $[1, 2]$ සිට $[9, 13]$ දක්වා සමක්ෂේපණයක් (bijection) වන බව පෙන්වන්න.

b) තාර්කික සංඛ්‍යා කුලකය, $\mathbb{Q}$ ගණන් කළ හැකි (countable) බව පෙන්වන්න.

c) α යනු අනුභූති උත්තර (transcendental) සංඛ්‍යාවක් වේ නම්, $\frac{1}{\alpha}$ යනු අනුභූති උත්තර (transcendental) සංඛ්‍යාවක් බව පෙන්වන්න.

5.

a) සියලුම තාත්වික සංඛ්‍යා කුලකය, $\mathbb{R}$ ඉහළින් සපරියන්ත නොවන (not bounded above) බව පෙන්වන්න.

b) $(0,1)$ කුලකය සලකන්න.

i. $(0,1)$ සපරියන්ත (bounded) බව පෙන්වන්න.

ii. $(0,1)$ කුලකයට උපරිමයක් (maximum) නොමැති බව සාධනය කරන්න.

iii. $\inf(0,1) = 0$ බව පෙන්වන්න.

c) x යනු පරිමේය (rational) සංඛ්‍යාවක් වන අතර y අපරිමේය (irrational) සංඛ්‍යාවක් වේ. $x - y$ අපරිමේය (irrational) සංඛ්‍යාවක් බව පෙන්වන්න.

6.

a) $n \in \mathbb{N}$ සඳහා $a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ ලෙස සලකන්න.

i. සෑම $n \in \mathbb{N}$ සඳහාම n වන ආංශික ඓක්‍යය (n^{th} partial sum) $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ සොයන්න.

ii. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී (converges) වන බව ද, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 2$ බව ද පෙන්වන්න.

b) $n \in \mathbb{N}$ සඳහා, $b_n = (-1)^{n+1}$ ශ්‍රේණිය අපසාරී (diverges) වන බව පෙන්වන්න.

c) අනුක්‍රමයක සීමාව පිළිබඳ නිර්වචනය භාවිතයෙන් $\lim_{n \to +\infty} \frac{n+3}{2n+1} = \frac{1}{2}$ බව සාධනය කරන්න.

****