ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යා උසස් සහතික පත්‍ර පාඨමාලාව – 02 මට්ටම
අවසාන පරීක්ෂණය- 2025/2026
MYF2519 - සංයුක්ත ගණිතය 1
කාලය: - පැය තුනයි

දිනය : 30-08-2025 කාලය: පෙ.ව 09.30 සිට ප.ව 12.30 දක්වා

A කොටසේ සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා ද, B කොටසෙන් තෝරාගත් ප්‍රශ්න පහක් සඳහා ද පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

1. $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{(4-x^2)}}$, ශ්‍රිතයේ වසම සොයන්න.

2. $f(x) = 9x - 4, x \in \mathbb{R}$ සහ $g(x) = x^3, x \in \mathbb{R}$ නම්,

   (a) $f \circ g$
   (b) f^{-1}
   (d) $f^{-1} \circ g$, සොයන්න.

3. $5^{(2x+1)} - 5^{(x+2)} - 5^x + 5 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

4. $log_3 x - 2\, log_x 3 = 1$ සමීකරණය විසඳන්න.

5. p හා q තාත්වික නියත විට $f(x) = 2x^4 + x^3 - x^2 + px + q$ යන්න $(x-1)$ හා $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය පිළිවෙලින් 5 හා 1 වේ. p හා q සොයන්න.

6. p තාත්වික බව දී ඇත්නම් $x^2 + 2(p-3)x + 2p - 12 = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්ත්වික බව පෙන්වන්න.

7. $\frac{5}{5x-1} > \frac{2}{2x+1}$ අසමානතාවය විසඳන්න.

8. $x - 2y + 3 = 0$ හා $4x - y + 2 = 0$ හි ඡේදන ලක්ෂය හරහාද, $x - y + 1 = 0$ ට සමාන්තරද වන සරළ රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

9. $tan^{-1}\frac{120}{119} = 2sin^{-1}\frac{5}{13}$ බව පෙන්වන්න.

10. $tan\,\theta + cot\,2\theta = cosec2\theta$ බව පෙන්වන්න.

B කොටස

11. (a) $f(x) = x^4 + ax^3 + 4x + b$ යැයි ගනිමු මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. $x^2 + 1$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත.

(i) a හා b සොයා අනෙක් වගර්ජ සාධකය සොයන්න.
(ii) එනයින් $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x^2+1)(x+4)$ යන්නෙන් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

(b) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $9x = A(2x+1)(1-x) - B(1-x) + C(2x+1)^2$, බව දී ඇත්නම්, A, B සහ C සොයන්න.

එනයින් $\frac{9x}{(2x+1)^2(1-x)}$ හි භින්න භාග සොයන්න.

12. $f(x) = x^2 - px + q$ යැයි ගනිමු. $p, q \in \mathbb{R}$ හා $q \neq 0$ වේ. $x = 0$, $f(x) = 0$ හි මූලයක් නොවන බව පෙන්වන්න. $f(x) = 0$ හි මූල α සහ β නම්. $(\alpha + \beta)$ සහ $\alpha\beta$ හි අගයන් p සහ q ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

(a) $\alpha^2 + \frac{1}{\beta^2}$ සහ $\beta^2 + \frac{1}{\alpha^2}$ මූල වන වගර්ජ සමීකරණය
$g(x) = q^2x^2 - (p^2 - 2q)(q^2+1)x + (q^2+1)^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

(b) $g(x) = 0$ හි මූල තාත්ත්වික සමපාත නම් $p = 0$ හෝ $p^2 = 4q$ බව පෙන්වන්න.

13. එකම රූප සටහනක $f(x) = 2|x| - |x-2|$ හා $g(x) = 3|x-2|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

(i)එමගින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $|x| > 2|x-2|$. අසමානතාවය තෘප්ත කරන සියලු තාත්වික x අගයයන් සොයන්න.

(ii) $2|x| - |x-2| = 3|x-\mu|$ යන සමානතාවයට අනන්ත ගණනක විසඳුම් පවතින පරිදි μ සඳහා අගය (හෝ අගයන්) සොයන්න.

14. (a) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් හා කොසයින් ප්‍රමේයයන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $a = (b-c)cos\frac{A}{2}.cosec\frac{(B-C)}{2}$ සහ

(ii) $B \neq C$ විට $cot\frac{(B-C)}{2} = \frac{(b+c)}{(b-c)}tan\frac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) ඉහත (i) හා (ii) ඇසුරින් $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cosA$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) $\sin 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$ සහ $\cos 2\theta = \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\sin 2\theta + \cos 2\theta = 1$ සමීකරණය විසඳන්න.

15. (a) $y = 4\cos x - 2$ ශ්‍රිතයේ, $0 \leq x \leq 2\pi$ සඳහා, උපරිම සහ අවම අගයන් ලියා දක්වන්න.

(b) $0 \leq x \leq 2\pi$ සඳහා $y = 4\cos x - 2$ ප්‍රස්ථාරයෙහි දළ සටහන අඳින්න.

(c) $0 \leq x \leq \pi$ සඳහා $y = 0$ සහ $y = 4\cos x - 2$ හි සියළු විසඳුම් ලබාගන්න.

(d) එකම සටහනේ $y = |4\cos x - 2|$ ප්‍රස්ථාරයෙහි දළ සටහන අඳින්න

(e) $y = 1$ සහ $y = |4\cos x - 2|$ විසඳුම් $0 \leq x \leq 2\pi$ සඳහා ලබාගන්න.

16. $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට (x_0, y_0) ලක්ෂයේ සිට ඇඳි ලම්බයේ දිග $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

$ax + by + c = 0$ සහ $ax + by + d = 0$ සරල රේඛා අතර ලම්භ දුර $\frac{|d-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(a) $5x - 12y + 11 = 0$ සරල රේඛාවට $\left(\frac{4}{5}, -2\right)$ ලක්ෂයේ සිට ඇඳි ලම්බයේ දිග සොයන්න. තවද $5x - 12y + 11 = 0$ සහ $5x - 12y + 24 = 0$ සරල රේඛා අතර ලම්භ දුර සොයන්න.

(b) $5x - 12y - 9 = 0$ සරල රේඛාවට සමාන්තරව $\left(\frac{2}{5}, -2\right)$ ලක්ෂයේ සිට ඒකක 2ක ලම්බ දුරින් පිහිටි සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

17. $P \equiv (1,0)$ ලක්ෂය $y + \sqrt{5}x - \sqrt{5} = 0$ සහ $y - \sqrt{5}x + \sqrt{5} = 0$ සරල රේඛා මත පිහිටන බව පෙන්වන්න

(i) දී ඇති රේඛා අතර සුළු කෝණය සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය ලබාගන්න.

(ii) තවද මෙම සුළු කෝණය සමච්ඡේදකය $Q \equiv (1,1)$ ලක්ෂය හරහා ගමන් කරන බව පෙන්වන්න.

(iii) සුළු කෝණය සමච්ඡේදකයට ලම්භකව, $A \equiv (-1,0)$ ලක්ෂය හරහා ගමන් කරන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

(iv) PAQ ත්‍රිකෝණයේ වගර්ඵලය ගනනය කරන්න.