ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යා උසස් සහතික පත්‍ර පාඨමාලාව – 02 මට්ටම
අවසාන පරීක්ෂණය- 2025/2026
MYF2521 - සංයුක්ත ගණිතය 3
කාලය: - කාලය පැය තුනයි

දිනය : 14-09-2025 කාලය: පෙ.ව 09.30 සිට ප.ව 12.30 දක්වා

A කොටසේ සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා ද, B කොටසෙන් තෝරාගත් ප්‍රශ්න පහක් සඳහා ද පිළිතුරු සපයන්න.

<u>A කොටස</u>

1. සියලු $n \epsilon \mathbb{N}$ සඳහා, $(10^n - 1)$, 9 බෙදෙන බව **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** ඇසුරින් සාධනය කරන්න.

2. ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියක 4, 7 හා 10 වන පද පිළිවෙලින් l, m හා n වේ. $m^2 = ln$ බව පෙන්වන්න.

3. $\left(2x + \frac{k}{2x}\right)^9$ ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^5 හි සංගුණකය 128. k හි අගය **සොයන්න**. **මෙහි** $k \in \mathbb{R}^+$ **වේ.**

4. පිරිමි 7 දෙනෙක් සහ ගැහැණු 5 දෙනෙක් ඇතුළත් කණ්ඩායමකින් 5 දෙනෙකු ඇතුළත් විවාද කණ්ඩායමක් සකස් කළ යුතුව ඇත.

   (a) කණ්ඩායමේ ඕනෑම පුද්ගලයින් 5 දෙනෙකු ඇතුළත් වන සේ.
   (b) අවම වශයෙන් එක් පිරිමි ළමයෙකු හෝ සිටින සේ

   කණ්ඩායම් තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන කීයද?

5. $w = 1 + \sqrt{3}i$, සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව මාපාංකය සහ විස්තාරය ඇසුරින් (ධ්‍රැවක ආකාරයෙන්) ප්‍රකාශ කරන්න. ද මුවාවර් ප්‍රමේය ඇසුරින් w^7 සොයා එය කාටීසියානු ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

6. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ සහ $C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, නම්

   (a) AC සොයන්න
   (b) CA සොයන්න

7. පහත දැක්වෙන සීමා අගයන්න.

   (a) $\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2+3x+7}{2x^2-5}$ (b) $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x.\tan 9x}$

8. t යනු තාත්වික පරාමිතියක් වනවිට වක්‍රයක පරාමිතික සමීකරණය $x = t(1-t)^2$ සහ $y = t^2(1-t)$ මගින් දෙනු ලබයි, $\frac{dy}{dx}$ හි අගය $t = \frac{1}{2}$ වන විට සොයන්න.

9. $\int_0^1 \frac{1}{1+e^{-x}} dx = ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

10. $(1,-1), (2,0)$ සහ $(0,-1)$ ලක්ෂ්‍යයන් හරහා ගමන් කරන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

B කොටස

11. $U_r = \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$ යැයි ගනිමු. $U_r = \frac{A}{r} + \frac{B}{(r+1)} + \frac{C}{(r+2)}$ වන පරිදි $A,\ B$ සහ C තාත්වික නියත නිර්ණය කරන්න.

$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)} + \frac{1}{2(n+2)}$. බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර පද අනන්තයට එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

12. (i) A න්‍යාසය, $A = \begin{pmatrix} p & 1+2p \\ -1 & p-2 \end{pmatrix}$ මගින් දෙනු ලැබේ. සියලු $a \epsilon \mathbb{R}$ සඳහා A^{-1} පවතින බව සාධනය කරන්න. $p = 3$ සඳහා A සහ A^{-1} ලියා දක්වන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵලය ඇසුරෙන්, පහත දැක්වෙන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

$$3x + 7y = 8 \text{ සහ}$$
$$-x + y = 4$$

(ii) $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ නම්,

(a) $B^2 - B - 2I = \underline{\mathbf{0}}$ බව පෙන්වන්න, මෙහි $\underline{\mathbf{0}}$ ගණය 2×2 වූ ශූන්‍ය න්‍යාසය ද

I යනු ගණය 2×2 වූ ඒකක න්‍යාසය ද වේ.

(b) තවදුරටත් $B^{-1} = \frac{1}{2}(B - I)$ බව පෙන්වා B^{-1} අපෝහනය කරන්න.

(c) $B^4 = 5B + 6I$ බව පෙන්වන්න.

13. (a) $z = x + iy$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවකි, මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$ වේ. $\bar{z}$ එහි ප්‍රතිබද්ධ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව වේ.

(i) $|z|^2 = z\bar{z}$ සහ $z - \bar{z} = 2i\ \text{Im}(z)$ බව ද,

(ii) එනයින් $|z - 5i|^2 = |z|^2 - 10\ \text{Im}(z) + 25$ සහ

$|1 + 5iz|^2 = 25|z|^2 - 10\text{Im}(z) + 1$ බව පෙන්වන්න.

$|z - 5i|^2 = |1 + 5iz|^2$ නම් $|z| = 1$ අපෝහනය කරන්න.

(b) (i) $\left(\frac{5-i}{2-3i}\right)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $\lambda(1 + i)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කල හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ. λ නිර්ණය කරන්න.

එනයින් $\left(\frac{5-i}{2-3i}\right)^6$ හුදෙක් අතාත්වික බව පෙන්වා එහි අගය සොයන්න.

14. (a) පහත දැක්වෙන ශ්‍රිත x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

i. $y = (1 - 4x)^2(3x^2 + 1)^4$

ii. $y = \sqrt{\frac{1-cosx}{1+cosx}}$

iii. $y = \ln|1 + 2e^x + 3e^{-x}|$

iv. $y = (1 - 4x^2).\sin^{-1} 2x$

(b) සංවෘත ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක පරිමාව $1024\pi\ cm^3$ වේ. එහි පෘෂ්ඨීක වගර්ඵලය අවම වන අරය සොයන්න.

15. (a) $f(x) = \frac{(x^2+1)}{(x^2-1)}, x \neq -1, 1$යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි අවකලන සංගුණකය

$f'(x) = \frac{-4x}{(x-1)^2(x+1)^2}$, $x \neq 1,1$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

එමගින්, $f(x)$ වැඩිවන සහ අඩුවන හි අගය පරාසය සොයන්න. $f(x)$ හි තිරස්, සිරස් ස්පශෝන්මුඛ සහ හැරවුම් ලක්ෂ්‍ය සොයා එහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) $y = \sqrt{1 + x^2}$ වක්‍රය හා $-1 \leq x \leq 1$ මගින් ආවෘත වන පෙදෙස x අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\frac{8\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

16. (a) $\frac{4x-1}{(2x+1)(3x-2)}$ පරිමේය ශ්‍රිතය භින්න භාග ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

එමගින් $\int \frac{4x-1}{(2x+1)(3x-2)} dx$ අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x.\cos 2x\, dx = \frac{(\pi-2)}{8}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $y = x^2 + 8$, වක්‍රය, $x = 3$, $x = 6$ සහ x අක්ෂය මගින් මගින් ආවෘත වන පෙදෙසහි වගර්ඵලය වගර් ඒකක 87 බව පෙන්වන්න.

17. $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 4x - y + 3 = 0$ සහ $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 2x + 6y + k = 0$. මගින් නිරූපිත වෘත්ත දෙක සලකමු.

i. වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්භව ඡේදනය වේ නම් k හි අගය සොයන්න
ii. S_1 සහ S_2 හි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංකයන් සහ අරයයන් සොයන්න.
iii. S_1 සහ S_2 වෘත්ත දෙකේ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා ද, මූල ලක්ෂය හරහා ද යන S_3 වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
එහි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සහ අරය සොයන්න.
iv. $S_1 = 0$ මත $(1,1)$ ලක්ෂයායේ දී ඇඳි ස්පශර්කයේ සමීකණය සොයන්න.