இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
இயற்கை விஞ்ஞானங்கள் பீடம்
விஞ்ஞானமானி / கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி

திணைக்களம்	: கணிதம்
மட்டம்	: 03
பரீட்சையின் பெயர்	: இறுதிப் பரீட்சை
கற்கை தலைப்பு மற்றும்- குறியீடு	: பிரயோக கணித்தல்I -ADE3200
கல்வி ஆண்டு	: 2025/26
திகதி	: 11.01.2026
நேரம்	: மு.ப 09.30 – மு.ப 11.30
காலம்	: இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

பொது அறிவித்தல்கள

1. வினாக்களுக்கு விடையளிக்கும் முன் அனைத்து அறிவித்தல்களையும் கவனமாக படியுங்கள்
2. இந்த வினா பத்திரம் நான்கு (4) பக்கங்களில் பகுதி A மற்றும் பகுதி B இரண்டு பகுதிகளை கொண்டுள்ளது

பகுதி A

- இந்த பகுதி கட்டாயமானது.
- இந்த பகுதி 100 புள்ளிகளை கொண்டுள்ளது.

பகுதி B

- இந்த பகுதி ஐந்து கட்டுரைவினாக்களை கொண்டுள்ளது மற்றும் ஒவ்வொரு வினாவும் 100 புள்ளிகளை கொண்டுள்ளது.
- பல்கலைக்கழகத்தால் வழங்கப்படும் தனி விடைத்தாள் புத்தகத்தில் ஏதேனும் மூன்று(3) வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

3. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமான விடையை ஒரு புதிய பக்கத்திலிருந்து தொடங்கவும்.
4. தேர்வில் குற்றமாக கருதப்படும் எந்தவொரு செயலிலும் ஈடுபடுவது தண்டனைக்கு வழிவகுக்கும்.
5. கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்க கறுப்பு அல்லது நீல நிற பேனையை பயன்படுத்தவும்.
6. உங்கள் விடைத்தாளில் உங்கள் சுட்டெண் இனை தெளிவாக குறிப்பிடவும்.

பகுதி A

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக

1. a) பின்வரும் கூற்றுக்கள் உண்மையானதா அல்லது பொய்யானதா என்பதைத் தீர்மானிக்க. ஒவ்வொரு சந்தர்பத்திலும் உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துக:

i) $x = a$ இல் சார்பு $f(x)$ இன் இடது மற்றும் வலது எல்லைகள் இருந்தும் சமமாக இல்லாதுவிடின் $\lim_{x\to a} f(x)$ இருக்காது. (05 புள்ளிகள்)

ii) $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$ இனால் வரையறுக்கப்படும் சார்பு f ஆனது அனைத்து $x \in \mathbb{R}$ தொடர்ச்சியானது (05 புள்ளிகள்)

iii) ஒரு இடைவெளியில் $f''(x) < 0$ எனின் , அந்த இடைவெளியில் வரைபடம் மேல்நோக்கி குழிவானதாக இருக்கும். (05 புள்ளிகள்)

iv) $\sum \frac{1}{n^2}$ ஒருங்கிணைந்தால் $\sum \frac{1}{n^3}$ உம் ஒருங்கினைய வேண்டும் (05 புள்ளிகள்)

v) ஒரு தொடரிக்கு எல்லை இல்லையெனின், அந்த தொடரி வரையரையற்றதாக இருக்க வேண்டும். (10 புள்ளிகள்)

vi) $f(x) = x^x$ எனின், $f'(x) = \frac{1}{1+\ln x}$ ஆனது $x > 0$ இற்கு மட்டுமே செல்லுபடியாகும். (10 புள்ளிகள்)

b) $\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}.)$ இனைக் காண்க. (10 புள்ளிகள்)

c) உள்ளார் வகையீட்டை பயன்படுத்தி $x^2+y^2=2xy+5$ இன் வகையீடு $\frac{dy}{dx}$ இனைக் காண்க. (20 புள்ளிகள்)

d)

$$a_1 = 2,\ \ a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{5}{a_n}\right).$$

என தொடரி தரப்பட்டுள்ளது.

தொடரி $(a_n)_{n\in N}$ எல்லையை காண்க, அது $n \to \infty$ ஆக வரையறுக்கப்பட்ட பெறுமானம் (L) இற்கு ஒருங்கினைகிறது என்று வைத்துக்கொள்ளுங்கள் .

(30 புள்ளிகள்)

[மொத்த புள்ளிகள் 100]

பகுதி B

மூன்று(03)வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடையளிக்குக.

2. $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)(2x-1)}$ ஆல் வரையறுக்கப்படும் சார்பு f இனை கருதுக

a) சார்பின் f ஆட்சியினை காண்க. (05 புள்ளிகள்)

b) சார்பின், x- இடைவெட்டு(கள்) மற்றும் y- இடைவெட்டு ஏதேனும் இருந்தால் அவற்றை காண்க (10 புள்ளிகள்) (10 புள்ளிகள்)

c) $\lim_{x\to -1^+} f(x)$ மற்றும் $\lim_{x\to -1^-} f(x)$ யின் பெறுமானங்களை காண்க. (15 புள்ளிகள்)

d) நிலைக்குத்தான மற்றும்/அல்லது கிடையான அணுகுகோடுகள் இருப்பின் அவற்றை காண்க.

e) சார்பு எந்த வீச்சில் அதிகரிக்கும் மற்றும் சார்பு எந்த வீச்சில் குறைவடையும் என காண்க. (20 புள்ளிகள்) (40 புள்ளிகள்)

f) f இன் வரைபை வரைக.

[மொத்த புள்ளிகள் 100]

3. a) $f(x) = (1 + x^3)^2$ என்க. x இன் அனைத்து மெய் எண் பெறுமானத்திற்கும் f வகையிடத்தக்கது என்பதை காட்டுக. (30 புள்ளிகள்)

b) i) $f(x) = \ln(1 + x^3)$ எனின் $f'(x)$ இனை காண்க. மற்றும் $f'(0)$ இன் பெறுமானத்தை காண்க. (10 புள்ளிகள்)

ii) $f'(0)$ இனை பயன்படுத்தி, உற்பத்தி புள்ளியில் $y = \ln(1 + x^3)$ என்ற வளையியிற்கு வரையப்பட்ட செவ்வென் கோட்டின் சமன்பாட்டை காண்க. (25 புள்ளிகள்)

(35 புள்ளிகள்)

c) $f(x) = \sqrt{1 + x^4} \cos x^2$ என்க, $f'(x)$ இனை காண்க.

[மொத்த புள்ளிகள் 100]

4. a) ஒரு தண்ணீர் தொட்டியானது செவ்வட்ட கூம்பு வடிவத்தில் 4m ஆரை 6m உயரத்துன், அதன் உச்சகீழ்நோக்கி இருந்தது. தொட்டி தண்ணீரினால் நிரப்பப்பட்டுள்ளது, மற்றும் $t = 0$ (நிமிடங்களில்)நேரத்தில், உச்சியில் உள்ள சிறிய துளை திறக்கப்பட்டு நீர் வெளியேறத் தொடங்குகிறது. தொட்டியில் உள்ள நீரின் அளவு உச்சியில் இருந்து 3m குறைந்தால் நீர் $\frac{dV}{dt} - 1.5\ \mathrm{m}^3$/நிமிடம் விகிதத்தில் வெளியேறும். இங்கு, V ஆனது நேரம் t இல் நீரின் கனவளவு ஆகும்.

அந்த கணத்தில் நீர் மட்டம் என்ன விகிதத்தில(நிமிடத்திற்கு மீற்றரில்) வேகமாக குறைகிறது ?(Note:கூம்பின் கனவளவு $\frac{1}{3}\pi r^2 h$, இங்கு r ஆனது ஆரைமற்றும் h என்பது உயரமும் ஆகும்) (60 புள்ளிகள்)

b)

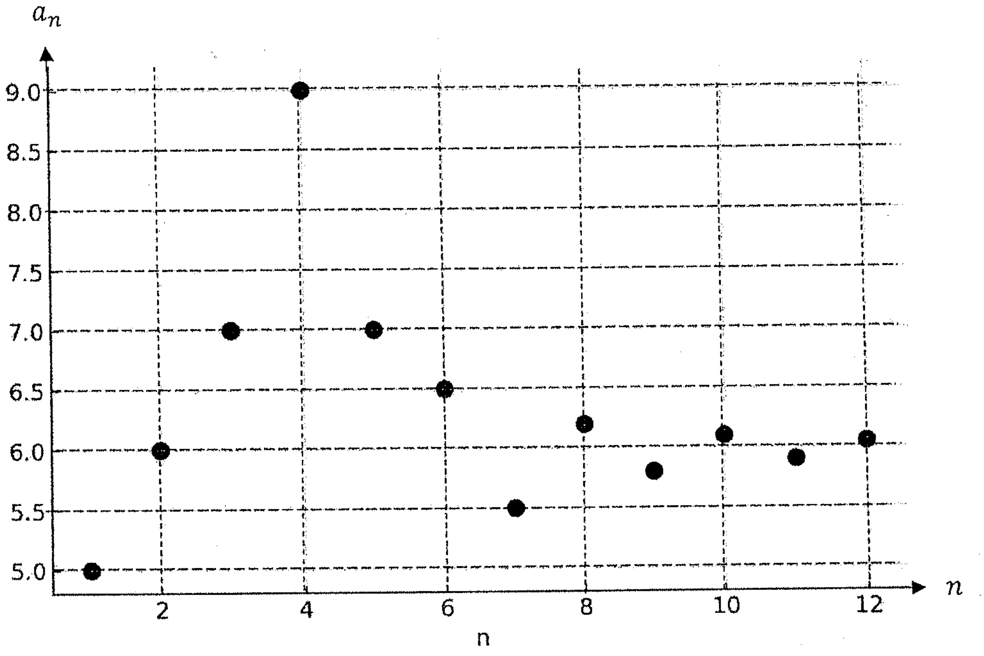
$$f(x) = \begin{cases} kx^2 - 3x\,, x < 1 \\ ln(x+2)\,, x \geq 1 \end{cases}$$

$x = 1$ இல் தொடர்ச்சியாகுமாறு $\boldsymbol{k}$ இனை காண்க.
தொடர்ச்சியின் வரையறையை பயன்படுத்தி, உமது விடையை நியாயப்படுத்துக. (40 புள்ளிகள்)

[மொத்த புள்ளிகள் 100]

5. a) **$\boldsymbol{n}$ முடிவிலியை நெருங்கும் போது தொடர் a_n இன் எல்லைக்கான முறையான வரையறையை தருக** (05 புள்ளிகள்)

b) தரப்பட்டுள்ள வரைபானது தொடர் ஒன்றின் முதல் 12 புள்ளிகளை குறிக்கிறது.



i) $n \to \infty$ ஆகும் போது தொடரி ஒரு எல்லையை அணுகும் எனில் அந்த எல்லையின் மிகப் பொருத்தமான பெறுமானம் யாது? (05 புள்ளிகள்)

ii) L என்பது பகுதி (i) இல் தரப்பட்ட தொடரி a_n யின் எல்லை பெறுமானம் எண்க.ஒரு தொடரியின் எல்லையின் முறையான வரையறையைப் பயன்படுத்தி அனைத்து $n > n_0$ இற்கும $|\, a_n - L \,| < 0.5$ ஆக அமையும் மிகச்சிறிய முழுவெண் n_0 இனை காண்க (40 புள்ளிகள்)

c) $a_n = \frac{n}{n+2}$ என்னும் n ஆம் உறுப்பை உடைய தொடரை கருதுக. இத்தொடர் **அதிகரிக்கும்** மற்றும் **வரைப்புற்ற** தொடர் என காட்டுக (50 புள்ளிகள்)

[மொத்த புள்ளிகள் 100]

6. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n}{3n^3+2}$ ஆனது ஒருங்கல் தொடர் என்பதை **ஒப்பீட்டுச் சோதனை** மூலம் காட்டுக

(50 புள்ளிகள்)

b) பின்வரும் தொடர்கள் ஒவ்வொன்றும் ஒருங்குகிறதா அல்லது வேறுபடுகிறதா என்பதை துணிக

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$ (15 புள்ளிகள்)

ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right)^n$ (15 புள்ளிகள்)

iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!n}$ (20 புள்ளிகள்)

[மொத்த புள்ளிகள் 100]

*********வினா பத்திரம் நிறைவு *********