0202

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්ව විද්‍යාලය

විද්‍යාවේදී / අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

ADU3300– දෛශික වීජ ගණිතය

අවසාන පරීක්ෂණය - **2025/2026**

කාලය: - පැය දෙකයි

දිනය: **2025. 12. 02** වේලාව: ප.ව. **01:30** – ප.ව. **03:30.**

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය A කොටස සහ B කොටස ලෙස කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. A කොටස අනිවාර්ය වන අතර එය එක් රචනා ප්‍රශ්නයකින් සමන්විත වේ.

- B කොටස රචනා ප්‍රශ්න පහකින් සමන්විත වන අතර, ඉන් තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. a) $\underline{u} = 2\underline{i} - \underline{j}$, $\underline{v} = \underline{j} + 3\underline{k}$ සහ $\underline{w} = \underline{i} + \underline{k}$ දෛශික වේ. $\underline{u}$, $\underline{v}$ සහ $\underline{w}$ දෛශික රේඛීයව ස්වායත්ත බව තහවුරු කරන්න.

   b) $\underline{u}$ සහ $\underline{v}$ ලම්බක ඒකක දෛශික නම්, m සහ n යන ඕනෑම අදිශ සඳහා $|m\underline{u} + n\underline{v}| = \sqrt{m^2 + n^2}$ බව පෙන්වන්න.

   c) $A\,(1, -2, 4)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $2\underline{i} - \underline{j} + 3\underline{k}$ දෛශිකයට ලම්බ තලයේ සමීකරණය සොයන්න.

   d) $\lim_{t\to 1}\left[\frac{t^3-1}{t-1}\underline{i} + \frac{t^2-3t+2}{t^2+t-2}\underline{j} + (t^2+1)e^{t-1}\underline{k}\right]$ දෛශික ශ්‍රිතයේ සීමාව සොයන්න.

   e) පිහිටුම් දෛශිකය $4\underline{i} + 2\underline{j}$ වන ලක්ෂ්‍යයේ කේන්ද්‍රය පිහිටා ඇති ඛණ්ඩාංක අක්ෂවලට සමාන්තරව පිළිවෙලින් දිග 12 සහ 8 වන ප්‍රධාන හා සුළු අක්ෂ සහිත ඉලිප්සයක කාටීසියානු සමීකරණය සොයන්න.

B කොටස

ප්‍රශ්න තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

2. a) $\underline{a} = (1,4,2)$, $\underline{b} = (3,-1,5)$ සහ $\underline{c} = (2,2,-3)$ දෛශික දී ඇත්නම්,

$\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$ දෛශික ත්‍රිත්ව ගුණිත සර්වසාම්‍යය තහවුරු කරන්න.

b) දී ඇති $\underline{a}, \underline{b}$ සහ $\underline{c}$ දෛශික සඳහා $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$ ප්‍රකාශනය භාවිතා කරමින් පහත සඳහන් ප්‍රතිඵල සාධනය කරන්න.

i) $\underline{i} \times (\underline{a} \times \underline{i}) + \underline{j} \times (\underline{a} \times \underline{j}) + \underline{k} \times (\underline{a} \times \underline{k}) = 2\underline{a}$

ii) $(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot (\underline{c} \times \underline{d}) = (\underline{b} \cdot \underline{d})(\underline{a} \cdot \underline{c}) - (\underline{b} \cdot \underline{c})(\underline{a} \cdot \underline{d})$

iii) $(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot [(\underline{b} \times \underline{c}) \times (\underline{c} \times \underline{a})] = [\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}]^2$ බව අපෝහනය කරන්න.

3. a) $A\,(0,3,-2)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $B\,(1,2,4)$ සහ $C\,(-3,5,0)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා ඇති රේඛාවට සමාන්තර සරල රේඛාවේ කාටීසියානු සමීකරණය සොයන්න. $D\,(-4,6,-6)$ ලක්ෂ්‍යය මෙම රේඛාව මත පිහිටා ඇති බව තහවුරු කරන්න.

b) $\underline{r} = 2\underline{i} + \underline{j} + 3\underline{k} + \lambda(3\underline{i} - 2\underline{j} + \underline{k})$ සහ $\underline{r} = 9\underline{i} - \underline{j} + 2\underline{k} + \mu(\underline{i} + 2\underline{j} - 3\underline{k})$ ලෙස පිළිවෙලින් ලබා දී ඇති l_1 සහ l_2 සරල රේඛා දෙකක් සලකන්න.

i) රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

ii) $\lambda = 1$ වන විට A ලක්ෂ්‍යය l_1 මත පිහිටා ඇති අතර $\mu = 1$ වන විට B ලක්ෂ්‍යය l_2 මත පිහිටා ඇත. A සහ B ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන l_3 රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය ලබා ගන්න.

4. a) $\underline{a} = (1,2,3)$, $\underline{b} = (4,-1,2)$, සහ $\underline{c} = (0,5,1)$ දෛශික මගින් සාදන ලද සමාන්තරානීකයේ පරිමාව සොයන්න.

b) i) $x + y + z = 6$ සහ $3x - 17y + 2z = 0$ තල අතර කෝණය සොයන්න.

ii) $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{2}$ රේඛාව පිහිටා ඇති $\frac{x+2}{6} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+1}{3}$ රේඛාවට සමාන්තර තලයේ කාටීසියානු සමීකරණය සොයන්න.

5. a) i) $x = 3\cos 3t, y = 3\sin 3t, z = 2e^{-3t}$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් ලබාදෙන වක්‍රය දිගේ අංශුවක් ගමන් කරයි. මෙහි t යනු කාලයයි. කාලය t වන අවස්ථාවේදී එහි ප්‍රවේගය සොයන්න. $t = 0$ දී වේගය සහ ත්වරණ දෛශිකය සොයන්න.

ii) $\underline{a}, \underline{b}$ නියත දෛශික වන අතර ω නියත අදිශයක් වේ. $\underline{r}(t) = \cos\omega t\ \underline{a} + \sin\omega t\ \underline{b}$ ලෙස $\underline{r}$ දෛශිකය දී ඇති විට $\underline{r} \times \frac{dr}{dt} = \omega\ \underline{a} \times \underline{b}$ වන බව පෙන්වන්න.

b) $\underline{F} = 2y\underline{i} + 3x\underline{j}$ බල ක්ෂේත්‍රය මගින් $y = 2x^2$ පරාවලය දිගේ $(0,0)$ සිට $(2,8)$ දක්වා ගමන් කරන්නා වූ අංශුවක් මත සිදු කරන ලද කාර්යය සොයන්න.

6. a) වෘත්තයක පරාමිතික සමීකරණ ලබා දී ඇත:

$$\underline{r}(\theta) = (3a + 3a\cos\theta)\underline{i} + 3a\sin\theta\ \underline{j}.$$

i) මෙම පරාමිතික සමීකරණය කේන්ද්‍රය $(3a, 0)$ වූ අරය $3a$ වන වෘත්තයක් නියෝජනය කරන බව ඔප්පු කරන්න.

ii) $\theta = \frac{\pi}{4}$ වන විට වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක නිර්ණය කරන්න.

iii) $(5a, \sqrt{5}a)$ ලක්ෂ්‍යය වෘත්තය මත පිහිටා ඇත්දැයි තහවුරු කරන්න.

b) $\underline{r}(t) = 2\cos t\ \underline{i} + 2\sin t\ \underline{j} + t\underline{k}$ අවකාශ වක්‍රය ලබා දී ඇත්නම්,

i) ඒකක ස්පර්ශක දෛශිකය සොයන්න.

ii) ප්‍රධාන අභිලම්බය සහ අවකාශ වක්‍රයේ වක්‍රතාවය සොයන්න.

****