இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி
தூய கணிதம் - மட்டம் 03
PEU3300 – கணித தர்க்கவியலும் கணித நிறுவல்களும்
இறுதி பரீட்சை -2025/2026

நாள் :16.12.2025 நேரம் : பி.ப 01.30 – பி.ப 03.30

பொதுவான அறிவுறுத்தல்கள்

- இந்த வினாப்பத்திரமானது இரண்டு பகுதிகளை கொண்டுள்ளது, பகுதி A மற்றும் பகுதி B. பகுதி A கட்டாயமானது மற்றும் இது ஐந்து கட்டமைக்கப்பட்ட கட்டுரை வினாக்களை கொண்டுள்ளது மற்றும் 100 புள்ளிகளை கொண்டுள்ளது.
- பகுதி B ஐந்து கட்டுரை வகையான வினாக்களை கொண்டுள்ளது மற்றும் அவற்றில் மூன்றிற்கு விடையளிக்க வேண்டும்
- பகுதி B இல் உள்ள ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 100 புள்ளிகள்
- இந்த வினாப்பத்திரமானது மூன்று பக்கங்களை கொண்டுள்ளது.

பகுதி A

1) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

(a) p,q,r மற்றும் s என்பன கூற்றுகள் ஆகும். $((p \wedge q) \vee r) \Rightarrow (r \vee s)$ என்ற கூற்று தவறானது எனின் p,q,r மற்றும் s என்ற கூற்றுக்களின் உண்மை பெறுமானங்களை கண்டறியவும்.

(b) $P(x)$: $|x| = 4$ மற்றும் $Q(x)$: $x = 4$ ஆகியவை $S = \{-4,-3,1,5\}$ என்ற ஆட்சியில் வரையறுக்கப்பட்ட கூற்றுக்களாக இருக்க.

இரு-நிபந்தனை கூற்று $P(x) \Leftrightarrow Q(x)$ உண்மையாக இருக்கும் அணைத்து $x \in S$ பெறுமானங்களையும் துணிக.

(c) R என்பது ஒரு தத்துவவியல் மற்றும் S என்பது முரண்பாடும் என்றால், $R \Rightarrow S$ இன் உண்மை பெறுமானத்தை பற்றி நீங்கள் யாது கூறுவீர்? உங்கள் பதிலை விளக்குக.

(d) "$r \in A$ அல்லது $r \in B$ போன்ற விகிதமுறு எண் r உள்ளது" என்ற கூற்றின் மறுப்பு கூற்றை எழுதுக.

(e) $\exists x \in S, \forall y \in T, Q(x,y)$ இங்கு $Q(x,y)$ என்பது "$x + y$ என்பது முதன்மை எண்", $S = \{3,5,7\}$ $T = \{2,6,8,12\}$. இக்கூற்றை நிறுவுக.

பகுதி B

மூன்று வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடையளிக்குக.

2. (a) $x \in \mathbb{Z}$ எனின் x ஒற்றையெண்ணாக இருந்தால் மட்டுமே $13x - 7$ ஆனது இரட்டையெண்ணாக இருக்கும்

i. மேற்கண்ட கூற்றுக்கு இணை கூற்று வடிவத்தில் உள்ள தர்க்கரீதியாக சமமான கூற்றை எழுதுக.

ii. மேலே (i) இல் பெறப்பட்ட இணைச்சொல் கூற்றைப் பயன்படுத்தி அசல் கூற்றை நிறுவுக.

(b)

i. முரண்பாட்டின் மூலம் நிரூபிக்கும் முறையை பயன்படுத்தி, $1 + \sqrt{2}$ விகிதமுறா எண் என நிறுவுக.

i. மேலே உள்ள நிறுவலை விகிதமுறும் எண் மற்றும் விகிதமுறா எண் ஆகியவற்றின் கூட்டுத்தொகை விகிதமுறா எண் என்பதை காட்டும் பொதுவான கூற்றாக மீண்டும் எழுதுக.

3. பின்வரும் கூற்றுக்கள் ஒவ்வொன்றையும் சரி அல்லது பிழை என நிறுவுக.

i. a, b மற்றும் c ஆகியவை நேர் முழு எண்களாக இருந்தாள் $a^{b^c}=(a^b)^c$ ஆகும்.

ii. வர்க்கத்திற்கு சமமான கனம் கொண்ட ஒரு முழு எண் உள்ளது.

iii. எந்தவொரு மெய்யெண் r இற்கும், r விகிதமுறா எண்ணாக இருந்தால் மட்டுமே r^2 விகிதமுறும் எண்ணாக இருக்கும்

iv. a, b ஆகிய எந்த இரட்டை முழு எண்களுக்கும், $4|(3a^2 + 7b^2)$.

v. ஒரு மெய்யெண் y ஆனது, ஒவ்வொரு மெய்யென் x இற்கும் $y + x = x$ என ஆகுமாறு இருக்கின்றது.

4. (a)

i. ஏதேனும் இரு ஒற்றை முழு எண்களின் பெருக்கம் ஒரு ஒற்றை முழு எண் என காட்டுக.

ii. $a, b \in \mathbb{Z}$ ஆகும். ab ஒற்றையெண் என்றால், $a^2 + b^2$ இரட்டையெண் என நிறுவுக.

(b)

i. $(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ என்பது ஒரு முரண்பாடு என்பதைக் காட்ட வழங்கப்பட்ட ஆதாரம் கீழே உள்ளது. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பி அதனை பூர்த்தி செய்யுங்கள்.

முறாக ..... உண்மை என்று கருதுங்கள்.
பிறகு..... உண்மை மற்றும் ..... உண்மை ஆகும்.

..... உண்மை என்பதால், $\neg p$ மற்றும்..... ..... ஆகும்.

அப்போது ..... மற்றும் ..... இரண்டும் தவறானவை.

ஆகவே .... ஆகும். இது ஒரு .....

ஆகும். எனவே $(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ என்பது ஒரு முரண்பாடாகும்.

ii. பகுதி (i) இல் எந்த ஆதார நுட்பம் பயன்படுத்தப்படுகிறது?

5. பின்வரும் கூற்றுக்கள் ஒவ்வொன்றையும் சரி அல்லது பிழை என நிறுவுக.

(a) ஒவ்வொரு $x \in \mathbb{Z}$ இற்கும், $x - y = 2$ என ஆகுமாறு $y \in \mathbb{Z}$ உண்டு..

(b) ஒவ்வொரு $x \in \mathbb{Z}$ இற்கும், ஒவ்வொரு $y \in \mathbb{Z}$ இற்கும், $x - y = 2$

(c) ஒரு $x \in \mathbb{Z}$ ஆனது ஒவ்வொரு $y \in \mathbb{Z}$ இற்கும் $x - y = 2$ என ஆகுமாறு இருக்கின்றது.

(d) ஒவ்வொரு $x \in \mathbb{N}$ இற்கும், $x - y = 2$ என ஆகுமாறு ஒரு $y \in \mathbb{N}$ உண்டு.

6. (a)

ii. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறா எண் என நிறுவுக.

iii. $x \in \mathbb{Q}$ மற்றும் $y \in \mathbb{Q}^c$ ஆகும். x மற்றும் y இற்கு இடையில் r இருக்கும் வகையில் $r \in \mathbb{Q}^c$ உண்டு என நிறுவுக.

(b) ஒவ்வொரு எதிர்மறை அல்லாத முழு எண் n இற்கும் $3|(2^{2n} - 1)$ என நிறுவுக.