ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
ඉංජිනේරු තාක්ෂණ ඩිප්ලෝමා පාඨමාලාව - 01 වන මට්ටම
අවසාන පරීක්ෂණය - 2007
ව්‍යවහාරික ගණිතය II – MPZ 1331
කාලය - පැය 03 යි.

දිනය - 2008.04.27 වේලාව - පැය 0930-1230 දක්වා

සෑම කොටසකින්ම අවම වශයෙන් එකක්වත් වනසේ ප්‍රශ්න 06 කට පිළිතුරු සපයන්න.
Non Programmable ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක. ගණක යන්ත්‍ර සඳහා ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

A – කොටස

01. දුම්රිය මාර්ග කොටසක වූ අළුත්වැඩියා කිරීමක් නිසා 40 ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරමින් තිබූ දම්රියක් A නම් ස්ථානයකදී ඒකාකාර $1ms^{-2}$ මන්දනයක් ලබාදීමෙන් B නම් ලක්ෂ්‍යයකදී $10ms^{-1}$ ප්‍රවේගය දක්වා ප්‍රවේගය අඩු කර ගනී. B සිට 3.5 km දුරින් වූ C ලක්ෂ්‍යයක් තෙක් දුම්රිය ඒකාකාර $10ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වී, C හිදී ඒකාකාර $0.2\ ms^{-2}$ ත්වරණයක් ලබා දීමෙන් D නම් ලක්ෂ්‍යයකදී $40ms^{-1}$ ප්‍රවේගය අත් කර ගනී. ප්‍රවේග කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

A-D දක්වා ගමනේ මුළු දුර 8km බව පෙන්වන්න. A-D දක්වා ගමනට ගත වූ කාලය, A-D දක්වා ඒකාකාර $40ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන ලද නම් ගතවන කාලයට වඩා 330 s වැඩි බව පෙන්වන්න.

02. උතුරට 30km/h නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන B නැවකට 20km බටහිරින් පිහිටන A නැවත උපරිම වේගය 40km/h වේ. හැකි ඉක්මනින් B හමුවන සේ A හි චලිත දිශාව නිර්ණය කරනු ලැබේ. A හි චලිත දිශාව සොයන්න. හමුවීම සඳහා ගතවන කාලය ආසන්න මිනිත්තුවට සොයන්න.

මේ කාලයෙන් හරි අඩක් ගෙවුනු පසු A හි එන්ජිමේ දෝෂයක් නිසා A එතැන් සිට, A හි උපරිම වේගයෙන් හරි අඩක් වූ වේගයෙන් ගමන් කිරීමට සිදුවිණි නම් , එතැන් සිට B ට හැකිතරම් ආසන්නම වන සේ A හි චලිත දිශාව සොයා, A හා B අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර දශම ස්ථාන දෙකකට කිලෝමීටර වලින් සොයන්න.

03. (a) $t = 0$ කාලයේදී O මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට අංශුවක් V වේගයෙන් හා තිරස් x අක්ෂයට ඉහලින් α ආනතියෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කරයි. $t = t_1$ මොහොතේදී මෙම අංශුව එහි පථයේ වැඩිතම උසට ලඟා වූ විට, දෙවැනි අංශුවක් ඉහලින් u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කරයි.

O සිට, x තිරස් අක්ෂයට β කෝණයක් සාදන ඉහළ දිශාවට u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කරයි. අංශු දෙක $t = T$ කාලයේදී x අක්ෂය මත P ලක්ෂයකදී ගැටේ.

$$t_1 = \frac{v}{g}\sin\alpha, \qquad T = \frac{2v}{g}\sin\alpha = \frac{v}{g}\sin\alpha + \frac{2u}{g}sim\beta$$

බවත් $op = \frac{2u^2}{g}\sin\alpha\cos\alpha = \frac{2v^2}{g}\sin\beta\cos\beta$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\tan\beta = 1/4\tan\alpha$ බව පෙන්වන්න.

$Tan\alpha = 3$ නම් තවදුරටත් $8u^2 = 5v^2$ බව පෙන්වන්න.

(b) ඝර්ෂණ සංගුණකය $1/3$ වූ තිරස් තලයක නිශ්චලව තබා ඇති M ස්කන්ධයකට අවිතන්‍ය සැහැල්ලු තන්තුවක් අමුණා, තිරස් තලයේ දාරයේ ඇති සුමට කප්පියක් වටා තන්තුව ගමන් කර, එහි තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර m ස්කන්ධයක් සිරස්ව එල්ලා තිබේ. පද්ධතිය මුදාහල විට එය නිශ්චලව තිබීමට අවශ්‍යතාව සොයන්න.

04. (a) සර්වසම A,B,C ගෝල තුනක් සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ සරල රේඛාවක නිශ්චලව තබා ඇත. A ගෝලය B හි වදිනසේ u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. අනතුරුව B ගෝලය C හි වදී. ඕනෑම ගෝල දෙකක් අතර, ගැටුම් සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය 1/2 කි.

A හා B අතර පළමු ගැටුමෙන් පසු A හා B ගෝලවල ප්‍රවේග සොයන්න. ඒනයින් B හා C අතර (දෙවන ගැටුම) ගැටුමෙන් පසු ගෝලවල ප්‍රවේගයෙන් අපෝහනය කරන්න.

ගෝල අතර තුන්වැනි ගැටුමක් ඇති වන්නේදැයි හේතු සහිතව ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii) 12.8 kw ක්ෂමතාවයේ කාර්ය කරන ස්කන්ධය 1000kg වූ මෝටර් රථයක වේගය v ms^{-1} වන විට එය මත චලිතයට ප්‍රතිරෝධය 300 N වේ. මෝටර් රථය තිරසට $\sin^{-1}(1/10)$ ආනත කන්දක් වෙතට ලඟා වේ. මෝටර් රථය කන්ද දිගේ ඉහලට නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරයි නම්, මේ නියත ප්‍රවේගය 10 ms^{-1} බව (සත්‍යාපනය නොකළ යුතුයි) ඔප්පු කරන්න. මෝටර් රථය කන්ද දිගේ ඉහළට ලඟා වන විට මාර්ගය සමතල වේ. එවිට මෝටර් රථයේ ඇතිවන ක්ෂණික ත්වරණය සොයන්න. ($g = 9.8\ ms^{-2}$)

B – කොටස

05. පැත්තක් a වන සවිධි ABCDEF ෂඩාස්‍රයක කේන්ද්‍රය O ය. විශාලත්වයන් P, 2P, 3P, 4P, nP හා mP වූ බල පිළිවෙලින් $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}, \vec{DE}, \vec{EF}$ හා $\vec{FA}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. මේ බල තනේ සම්ප්‍රයුක්තය 3P විශාලත්වයක් ඇති EF ට සමාන්තර වූ බලයකි.

(i) m හා n හි අගයන් සොයන්න.

(ii) O වටා බල පද්ධතියේ ඝූර්ණවල විජිය ඓක්‍යය $\frac{3}{2}a\sqrt{3}$ ක් බව පෙන්වන්න.

EF රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය M නම්

(iii) OM x අක්ෂය හා OA, y අක්ෂය ලෙස සළකා බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

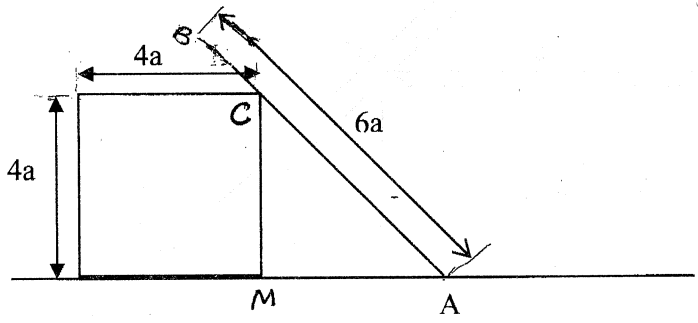
06. බර W හා දාරයක දිග 4a ඒකාකාර ඝනකයක් සුමට තිරස් පෘෂ්ඨයක සමතුලිතව ඇත. (රූපය බලන්න) දිග 6a හා බර w වූ ඒකාකාර AB සුමට දණ්ඩේ A කෙළවර පෘෂ්ඨයේ වූ A ලක්ෂ්‍යයකට නිදහසේ අසවි කර තිබේ. දණ්ඩ, ඝනකයේ ඉහළ මුහුණතේ තිරස් දාරයක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ගැටෙමින් ඝනකයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් තලයක සමතුලිතව තිබේ. දිග 3a වූ අවිතන්‍ය සැහැල්ලු තන්තුවක් A ලක්ෂ්‍යයටත්, Aට ආසන්න ඝනකයේ තිරස් දාරයේ M මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයටත් අමුණා තිබේ.

(i) දණ්ඩේ සමතුලිතතාව සළකා, දණ්ඩ හා ඝනකය අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{9w}{25}$ ක් බව පෙන්වන්න.

(ii) සමතුලිතතාවයට, ඝනකය මත බල විසඳීමෙන්, ඝනකය හා තිරස් පෘෂ්ඨය අතර ප්‍රතික්‍රියාව $W+\frac{27\omega}{125}$ බව පෙන්වන්න.

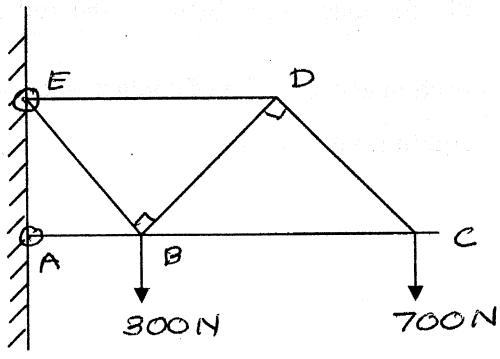
(iii) AM තන්තු කොටසේ ආතතිය සොයන්න.

(iv) $18\omega \leq 125W$ බව පෙන්වන්න.



07. අරය a හා බර $\frac{w}{\sqrt{3}}$ වූ ඒකාකාර ගෝලයක් රළු තිරස් මේසයක් මත සමතුලිතව තිබේ. බර 2w හා දිග 2a වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක්, මේසය මත වූ අචල A ලක්ෂ්‍යයට නිදහසේ අසවි කරමින් ද, ගෝලයට හේත්තු වී, ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් තලයක සමතුලිතව තිබේ. තිරසට දණ්ඩ 60°ක කෝණයක් සාදයි. දණ්ඩත් ගෝලයත් අතර ඝර්ෂණ බලය $\frac{w}{3}$ බව පෙන්වන්න. සෑම ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයකදීම ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ නම්, සමතුලිතතාව පවතින පරිදි μ ට තිබිය හැකි අඩුතම අගය සොයන්න.

08. රූපයේ දැක්වෙන ABCDE රාමු සැකිල්ල සැහැල්ලු දඬු 6 ක් සුමටව සන්ධි කර තනා ඇත. A හා E ලක්ෂ්‍යවලදී රාමු සැකිල්ල සුමටව අසවි කර තිබේ. ABE ,BED හා BDC ත්‍රිකෝණ සියල්ලම සමද්විපාද සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ වේ. B හා C ලක්ෂ්‍යවලදී පිළිවෙලින් 300N හා 700N භාර දරයි. රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තිබේ.



(i) A හි අසවිවේ ප්‍රතික්‍රියා තිරස් වන්නේ ඇයිදැයි පැහැදිලි කර එම ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.

(ii) B හි අසවිවේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයත් දිශාවත් සොයන්න.

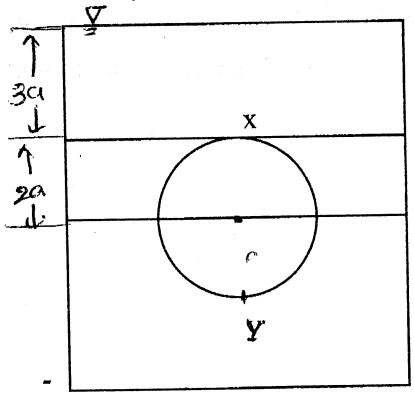
(iii) බල රූප සටහනක් මහින් සියළුම දඩුවල බල සොයා, කවරක් තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.

C - කොටස

09. (a) මිශ්‍ර ලෝහයක් සෑදී ඇති ලෝහවල සාපේක්ෂ ඝනත්වයන් (විශිෂ්ඨ ගුරුත්වයන්) 10.5 හා 6.5 ක් වේ. වාතයේදී මිශ්‍ර ලෝහයේ බර 2.43 kg හා ජලයේදී එහි බර 2.13 kg වේ. ලෝහ දෙකේ බර වෙන් වෙන්ව සොයන්න.
ඒවායේ පරිමා අතර අනුපාතය ද සොයන්න.

(b) විශිෂ්ඨ ගුරුත්වය 1.3 ක් වූ ද්‍රවයකින් $5l$ ද විශිෂ්ඨ ගුරුත්වය 0.78 ක් වූ ද්‍රවයකින් $7l$ ද මිශ්‍ර කිරීමෙන් තනාගත් මිශ්‍රණයේ පරිමාව 1% කින් සංකෝචනය වේ. මිශ්‍රණයේ විශිෂ්ඨ ගුරුත්වය සොයන්න.
(ජලයේ ඝනත්වය $1000\ \text{kgm}^{-3}$ වේ.)

10. ටැංකියක පැත්තක 2a අරය සහිත වෘත්තාකාර සිදුරක් වැසිමට සැහැල්ලු පියනක් යොදා තිබේ. පියන සවිකර ඇත්තේ සිදුරේ ඉහලම x ලක්ෂ්‍යයේදී හා පහළම y ලක්ෂ්‍යයේදී යෙදූ පොට ඇණ මගිනි. සිදුරේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ (x) සිට 3a උසක් වන තෙක් ρ ඝනත්වයෙන් යුත් ජලයෙන් ටැංකිය පිරවූ විට පියන මත ක්‍රියා කරන සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුම සොයන්න. පහළ පොට ඇණය y මත හා ඉහළ පොට ඇණය x මත ක්‍රියා කරන බල පිළිවෙලින් $11\pi a^3\rho g$ හා $9\pi a^3\rho g$ බව පෙන්වන්න.



ජල පෘෂ්ඨයේ සිට h ගැඹුරින් කේන්ද්‍රය පිහිටි අරය a වූ වෘත්තාකාර ආස්තරයක් එහි තලය සිරස්ව ගිලී ඇති විට ආස්තරයේ පීඩන කේන්ද්‍රය, එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a^2}{4h}$ දුරක් පහළින් වන බව උපකල්පනය කරන්න.

- හිමිකම් ඇවිරිණි. -