இலங்கைத் திறந்த பல்கலைக்கழகம்
தொழில்நுட்பவியல் டிப்ளோமா - அடிப்படை (மட்டம் 01)
இறுதிப் பரீட்சை 2007
MPZ 1331 - பிரயோககணிதம் II

055

காலம் - மூன்று (03) மணித்தியாலங்கள்

திகதி - 2008.04.27. நேரம் : 09.30-12.30 மணிக்

ஒவ்வொரு பகுதியிலும் குறைந்தது ஒரு வினாவையாவது தெரிவு செய்தமை நிலம் ஆறு (06) வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க. நீங்கள் கணிப்பான்களை பயன்படுத்தமுடியும். நீங்கள் கையடக்கத் தொலைபேசிகளை கணிப்பான்களாக பயன்படுத்தமுடியாது.

பகுதி A

1) தண்டவாளத்தின் திருத்த வேலைகள் காரணமாக புகையிரதமானது $40 ms^{-1}$ எனும் கதியில் A யிலிருந்து $10 ms^{-1}$ எனும் கதியை B யில் அடையும் வரை $1 ms^{-2}$ எனும் அமர்முடுகலுடன் சீராக அமர்முடுகுகிறது. புகையிரதமானது B யிலிருந்து 3.5 km தூரத்தை $10 ms^{-1}$ எனும் கதியுடன் பயணம் செய்து C யை அடைகிறது. பின்பு $0.2 ms^{-2}$ எனும் அர்முடுகலுடன் சீராக அர்முடுகி $40 ms^{-1}$ எனும் கதியை D யில் அடைகிறது.
A யிலிருந்து D வரை புகையிரதத்தின் பயணத்திற்கான வேக-நேர வரைபை வரைக.
A யிலிருந்து D க்கான தூரம் 8 km எனக் காட்டுக;
அத்துடன் புகையிரதமானது மாறாவேகம் $40 ms^{-1}$ உடன் A யிலிருந்து D வரை பயணம் செய்யும் போது எடுக்கும் நேரத்தை விட இப்பயணத்திற்கான நேரமானது (A யிலிருந்து D வரை) 330 செக்கன்கள் கூடுதலானது எனக் காட்டுக.

) உயர்கதி 40km/h உடைய ஒரு கப்பல் A யானது கப்பல் Bக்கு 20 km மேற்கு திசையில் உள்ளது. கப்பல் B ஆனது 30 km/h எனும் சீரான வேகத்துடன் வடக்கு திசை நோக்கி பயணம் செய்கிறது. கப்பல் A யானது கப்பல் B யை மிக வினரவில் சந்திக்குமாறு ஒரு திசையானது தெரிவு செய்யப்பட்டு அதன் திசையில் கப்பல் A யானது உயர்கதியுடன் பயணிக்கிறது. A யின் திருத்த திசையைக் காண்க. A யானது B யை அடைவதற்கான நேரத்தை அண்ணளவாக மிகக் கிட்டிய நிமிடத்தில் தருக.

இந்நேரத்தின் அரைவாசி நேரத்தில் இயந்திரக் கோளாறு காரணமாக கப்பல் A அனது தனது மிக உயர் கதியின் அரைவாசி கதியுடன் பயணிக்குமாயின் A யானது Bயை அண்மிக்க மாற்ற வேண்டிய திசையையும் மிகக் கிட்டிய நேரத்தையும் காண்க. (இரண்டு தசமதானங்களுக்கு கிலோமீற்றரில்)

(a) $t=0$ இல் ஒரு துணிக்கையானது உற்பத்தி O யினிருந்து V கதியுடன் கிடையாக உள்ள X அச்சுடன் α கோணத்தை அமைக்குமாறும் சுடப்படுகிறது. $t=t_1$ கணத்தில் துணிக்கையானது அதன் பாதையின் மிக உயர் புள்ளியில் இருக்கும் போது, இரண்டாவது துணிக்கையானது உற்பத்தி O யினிருந்து u கதியுடன் கிடையாக உள்ள X அச்சுடன் β கோணத்தை அமைக்குமாறும் சுடப்படுகிறது. நேரம் $t=T$ இல் துணிக்கைகளானது X அச்சில் உள்ள புள்ளி P இல் மோதுகின்றது.

$t_1 = \frac{V\sin\alpha}{g}$ எனக் காட்டுக.

$T = \frac{2V\sin\alpha}{g} = \frac{V\sin\alpha}{g} + \frac{2u}{g}\sin\beta$ எனவும்

$OP = \frac{2u^2}{g}\sin\alpha\cos\alpha = \frac{2v^2}{g}\sin\beta\cos\beta$ எனவும் காட்டுக.

தொடர்ச்சி....

அதுடன் $\tan\beta = \frac{1}{4}\tan\alpha$ எனவும் காட்டுக.

மேலும் $\tan\alpha = 3$ ஆயின் $8u^2 = 5v^2$ எனவும் காட்டுக.

4 நிலைவுள்ள துணிக்கையானது கரடான கிடையான
னத்தின் ஒய்வுலுள்ளது. தளத்தின் உராய்வுக்குணகம் 1/3
அகும். பாரமற்ற நீள அழியில் துணிக்கையானது இணைக்
ப்பட்ட அழியின் மறுதுனி தளத்தின் விளிம்பிலுள்ள
ப்பமான சப்பியின் மூலாக செலுத்தப்பட்டு ஈதிலுள்ள
ணிக்கையானது நிலைக்குத்தாக கட்டித் தொங்கவிடப்
ருகிறது. தொகுதியானது விடுவிக்கப்படும்போது, தொகுதியானது
தொடர்ந்தும் ஒய்வினிருப்பதற்கான நிபந்தனையைக் காண்க.

ரு கிடையான ஒப்பமான மேசையின் மீது நிறை ஒரே
திரியான கோளங்கள் A, B, C ஒரே நேர்கோட்டில்
ய்வில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை A யானது கதி
உடன் B யை நோக்கி உருட்டப்படுகிறது.
க்கும் B க்கும் இடையான மோதலின் பின்னர் B
கர்ந்து C யை அடிக்கின்றது. ஏதாவது இரண்டு
கோளங்களுக்கிடையான மீள்தன்மைக்குணகம் 1/2
அகும். முதலாவது மோதலின் பின் கோளங்கள் A, B
ன் கதிகளைக் காண்க. மேலும் இரண்டாவது
தலின் பின் கோளங்களின் கதிகளைத் துணிக்க.
வைதலுக்கு இடையில் நான்காவது மோதல்
நடக்கிறதா என சுருக.

4) 1000 kg திணிவுடைய காரின் இயக்கத்திற்கான உராய்வுத் தடை 30 $\sqrt{3}$ N ஆகும். இந்த $5\,ms^{-1}$ காரின் கதியாகும். $\sin^{-1}(1/10)$ சாய்வுள்ள மலையின் மீது கார் ஏறும்போது எஞ்சினால் பிரயோகிக்கப்பட்ட வலு 12.8 kW ஆகும். காரானது சீரான கதியில் அசையுமாயின், இந்த சீரான வேகம் $10\,ms^{-1}$ எனக் காட்டுக. மலை உச்சியை அடையும் போது விதியானது தடையாக இருப்பின் காரின் உடனடி ஆர்முடுகலைக் காண்க. ($g = 9.8\,ms^{-2}$)

பகுதி B

5) 'a' பக்க நீளமுள்ள ஒருங்கான அறுகோணி ABCDEF இன் மையம் O ஆகும். $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FA}$ வழியே தாக்கும் விசைகளின் பருமன்கள் முறையே P, 2P, 3P, 4P, nP mP ஆகும். இந்த அறு விசைகளினதும் வினையுள் விசையின் பருமன் 3P உம் EF க்கு சமாந்தரமான திசையிலும் தாக்குகின்றன.

(i) m, n இன் வேறுபாட்டினை காண்க.

(ii) O பற்றிய விசைகளின் திருப்பங்களின் கூட்டுத்தொகை $9Pa\sqrt{3}$ ஆகும்.

EF இன் நடுப்புள்ளி M ஆயின்,

(iii) OM ஐ X அச்சாகவும் OA ஐ Y அச்சாகவும் கருதுவதன் மூலம் வினையுள் விசையின் தாக்கக் கோட்டுடன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

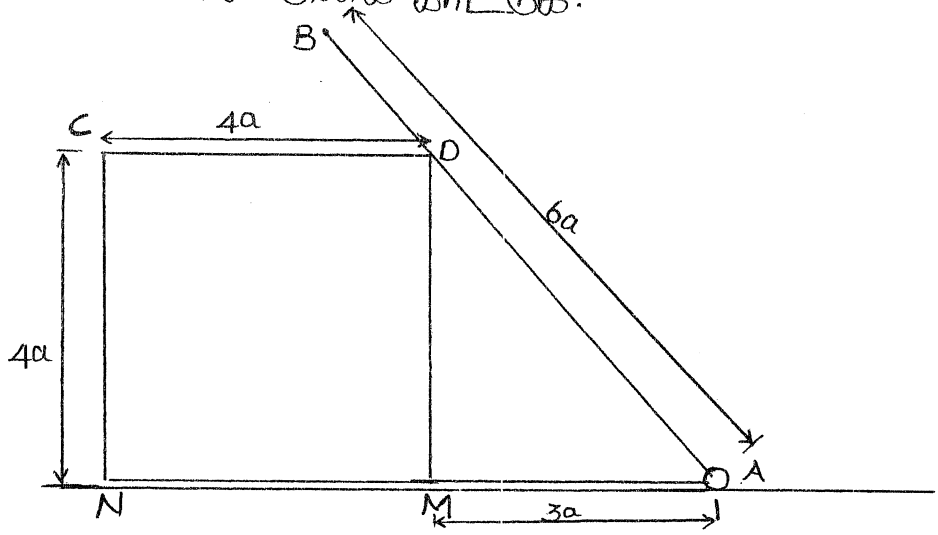
(6) 4a விம்பும் W நிறையும் உள்ள ஒருசீரான கனக்குற்றியானது ஒப்பமான கிடையான மேற்பரப்பின் மீது ஓய்வுள்ளது. நீளம் 6a உம் நிறை w உம் உடைய ஒருசீரான ஒப்பமான கோல் AB யின் ஒரு முனி A ஆனது தளத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியுடன் சுயாதீனமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. கனக்குற்றியின் மேல்முகத்திலுள்ள கிடைவிளிம்பின் நடுப்புள்ளியில் கோலானது ஓய்விலுள்ளது. கனக்குற்றியின் நடுப்புள்ளியினூடாக செல்லும் நிலைக்குத்து தளத்தில் கோலானது உள்ளது. 3a நீளமுள்ள ஒரு மெல்லிய நீளா இழையானது A யையும் A க்கு அருகிலுள்ள கனக்குற்றியின் கிடைவிளிம்பின் நடுப்புள்ளி M யையும் இணைக்கிறது.

i) கோலின் சமநிலையை கருதுவதன் மூலம் கனக்குற்றிக்கும் கோலிற்கும் இடையேயான மாறுதாக்கத்தின் பருமன் $\frac{9w}{25}$ எனக் காட்டுக.

ii) கனக்குற்றியின் சமநிலையை கருதுவதன் மூலம் கனக்குற்றியின் தாக்கும் விசைகளை துணிப்பதன் மூலம் கனக்குற்றிக்கும் கிடை மேற்பரப்பிற்கும் இடையேயான மாறுதாக்கம் $W + \frac{27w}{125}$ எனக் காட்டுக.

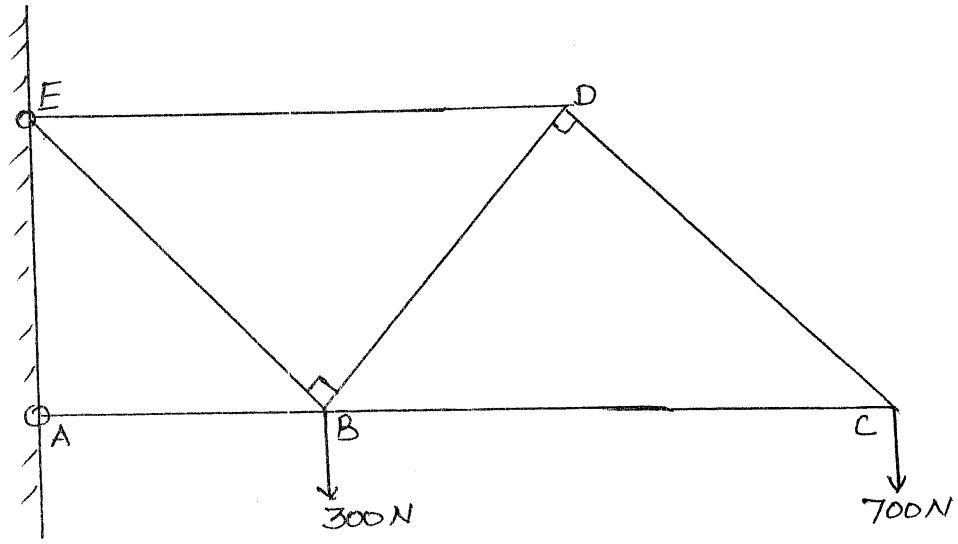
இழை AM இன் இழுவையைக் காண்க.

$18w \leq 125W$ எனக் காட்டுக.



7) அலை a ஆகவும் நிறை $W/\sqrt{3}$ ஆகவுமுள்ள ஒரு சீரான கோலமானது ஒரு கரடான கிடையான மேசை மீது ஓய்விலுள்ளது. 2W நிறையும் 2a நீளமுமுள்ள AB எனும் சீரான கோலானது மேசை மீதுள்ள ஒரு நிலையான புள்ளி A யில் சுயாதீனமாக அசையக்கூடியவாறு பிணைக்கப்பட்ட கோலத்தின் மீது சாய்வாக வைக்கப்பட்டுள்ளது. அகவே கோலத்தின் மையமும் கோலமும் ஒரு நிலைக்குத்து தளத்தில் உள்ளது. கோலானது கிடையுடன் 60° கோணத்தை அமைக்கிறது. கோலிற்கும் கோலத்திற்குமிடையேயான உராய்வு விசை $W/3$ எனக் காட்டுக. இவ்வொரு தொடுகைப்புள்ளிக்குமான உராய்வுக்குணகம் μ ஆகும். தொகுதி சமநிலையிலிருப்பதற்கு சாத்தியமான μ இன் மிகக்குறைந்த பெறுமானத்தைக் காண்க.

8)



6 மெல்லிய கோல்களால் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்ட ஒரு சட்டப்படல் ABCDE அனது படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இச்சட்டப்படலானது நிலைக்குத்தான சுவர் மீது A, E இல் சுயாதீனமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. முக்கோணங்கள் ABE, BDE, BCD என்பன செங்கோண இரு சமபக்க முக்கோணிகளாகும்.

சமைகள் 300 N, 700 N என்பன நிறையே B, C இல் தொங்க விடப்படும்போது சட்டப்படலானது ஒரு நிலைக்குத்து தளத்தில் ஓய்வுநிலையுள்ளது.

(i) முள் A யிலுள்ள பிணைச்சலின் மறுதாக்கம் கிடையானது எனவினைக்குவதுடன், அதன் பருமனையும் காண்க.

(ii) B யிலுள்ள பிணைச்சலின் மறுதாக்கத்தின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

(iii) தூக்கப்பு விரிப்படத்தை நிறுவுதன் நிலம் சட்டப்படலின் ஒவ்வொரு கோணியும் தாக்கும் தூக்கப்பின் பருமனை காண்க. அத்துடன் உதைப்பு தாக்கும் கோல்கணையும் குறிப்பிடுக.

பகுதி C

9

a) 10·5, 6·5 சார அடர்த்திகளை உடைய இரு உலோகங்களைக் கொண்ட கலப்புலோகமொன்றின் நிறையான வளியில் 2·43 kg உம் நீரில் 2·13 kg உம் அமும். இவ்வொரு உலோகங்களினதும் நிறையைக் காண்க. அத்துடன் அவற்றின் கனவளவிற்கிடையேயான விகிதத்தைக் காண்க.

(b) 1·3 தூய்மைப்புடைய திரவமொன்றின் 5 l உம் 0·7 g தூய்மைப்புடைய திரவமொன்றின் 7 l உம் கலக்கப்படுகின்றது. கலக்கப்படும்போது கலவையின் மொத்த கனவளவானது 1% விரிந்தினால் குறைகின்றது எனின் கலவையின் தூய்மைப்பை (சார அடர்த்தியைக்) காண்க.
(நீரின் அடர்த்தி 1000 kgm^{-3})

(10) a யை அரையாகவுடைய வட்டத்தட்டானது அதன் மையமானது நீர் மேற்பரப்பிலிருந்து h ஆழத்தில் இருக்குமாறு நிலைக்குத்தாக அமிழ்த்தப்படும் போது அதன் அழுக்கமையமானது மையத்திலிருந்து $a^2/4h$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

ஒரு மெல்லிய தக்கையானது ஒரு நீர்த்தாங்கியின் ஒரு பக்கத்தில் 2a அரையுடைய ஒரு வட்டத்துளையை மூடப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. துளையிலுள்ள அதிதாழ் (Y), அதியுயர்(X) புள்ளிகளில் உள்ள திருகாணிகளால் அது பூட்டப்பட்டுள்ளது. p அடர்த்தியுள்ள நீரினால் நீர்த்தாங்கியானது துளையின் அதிதாழ் புள்ளிக்கு மேல் 3a உயரத்திற்கு நிரப்பப்படுகிறது. வட்டத்தக்கையின் மீது தாக்கும் உதைப்பைக் காண்க. அதிதாழ் (Y), அதியுயர் (X) திருகாணிகளிலுள்ள விசைகள் முறையே $11\pi a^3 pg$, $9\pi a^3 pg$ எனக் காட்டுக.

