ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

275

ඉංජිනේරු තාක්ෂණ ඩිප්ලෝමා පාඨමාලාව - 01 වන මට්ටම

අවසාන පරීක්ෂණය - 2007

ශුද්ධ ගණිතය II – MPZ 1330

කාලය - පැය 03 යි. විභාග අංකය -

දිනය - 2008.04.24 වේලාව - පැය 09.30 -12.30 දක්වා

A ,B හා C කොටසකින් අඩුම වශයෙන් එක් ප්‍රශ්නයක්වත් තෝරා ගනිමින් ප්‍රශ්න 6 කට පිළිතුරු සපයන්න.

Non programmable ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක. ගණක යන්ත්‍ර සඳහා ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩදෙනු නොලැබේ.

A - කොටස

01. (a) $(x^2+4y^2)^2-64x^2y^2 \equiv x^4-56x^2y^2+4y^4$ සර්වසාමය සත්‍යාපනය කරන්න. ඒනයින්

$x^4-56x^2y^2+4y^4$ හි සාධක සොයන්න.

$x^4-56x^2y^2+4y^4=-1679$ සහ

$x^2+4y^2+8xy = 73$ බව දී තිබේ.

ඉහත සාධක භාවිතයෙන් x^2+4y^2-8xy හි අගය සොයන්න.

ඒනයින් x^2+4y^2 සහ xy හි අගයන් ලබාගන්න.

$(x+2y)^2$ සහ $(x-2y)^2$ සඳහා සමීකරණ දෙකක් ලබා ගන්න.

x සහ y සඳහා සමීකරණ දෙකක් ලබා ගන්න. x හා y හි අගයන් ලබා ගන්න.
$\{x>0, y>0$ හා $x>y$ වේ.$\}$

(b) x සඳහා විසඳන්න. $\sqrt{15-2x}+\sqrt{15+3x}=\sqrt{26-5x}$

(c) මේ සමීකරණ පද්ධතිය විසඳන්න.

$2x+3y+4z = 28$

$5y-x+3z = 19$

$2y+x-z = 3$

02. (a) $p^x = y$ නම් එවිට $\log_p y = x$ යැයි කියනු ලැබේ.

මේ අර්ථ දැක්වීම භාවිතා කරමින් $\log_x y . \log_y x = 1$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $\log_8 2008 = \dfrac{1}{\log_{2008} 8}$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින් $\dfrac{1}{\log_{2008} 2008} + \dfrac{1}{\log_{251} 2008}$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

(b) $4.4^{2x} - 65.4^x + 16 = 0$ සඳහා $4^x = t$ ආදේශකර

$4t^2 - 65t + 16 = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින් $x = -1$ හෝ 2 බව පෙන්වන්න.

(c) ගණක යන්ත්‍ර හෝ වගු භාවිතා නොකරමින් ,

ලඝු $\dfrac{133}{65} + 2$ ලඝු $\dfrac{13}{7}$ - ලඝු $\dfrac{143}{90}$ + ලඝු $\dfrac{77}{171}$ සුළු කරන්න.

03. (a) $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 - c^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික වන බව පෙන්වන්න.
(a,b හා c තාත්විකය)

(b) $x^2 - 2(1+3\lambda)x + 7(3+2\lambda) = 0$ සමීකරණයේ මූල සමාන වීමට අවශ්‍ය λ හි අගයන් සොයන්න.

(c) α හා β යනු $3x^2 + 4x - 5 = 0$ සමීකරණයේ මූල නම්

(*I*) $(3\alpha + 4)^{-2} + (3\beta + 4)^{-2}$
(*II*) $(3\alpha + 4)^3 + (3\beta + 4)^3$ හි අගයන් සොයන්න.

B - කොටස

04. (a) Sin (A +B) හා Cos (A +B) සඳහා ප්‍රකාශන ලියන්න.

(i) $Sin45^o = Cos45^o = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, Cos30^o = Sin60^o = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$Sin30^o = Cos60^o = 1/2$ යැයි දී ඇති විට

ඒනයින් $Sin75^o = \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ බව ඔප්පු කරන්න.

(ii) θ හා ϕ සුළු කෝණ බවත් $Sin\theta=\frac{24}{25}, Cos\phi=\frac{12}{13}$ බවත් දී තිබේ. ගණිත වගු හෝ ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා නොකරමින් Sin(A+B) හා Cos(A+B) සඳහා නිවැරදි අගයන් ලබා ගන්න.

$\frac{\pi}{2}\langle\theta+\phi\langle\pi$ බව අපෝහණය කරන්න.

(b) අරයන් පිළිවෙලින් 10cm හා 12cm වූ වෘත්ත දෙකක කේන්ද්‍ර C_1, C_2 14 cm ඇතින් පිහිටයි. දී ඇති රූපයට අනුව

(i) $Sin\theta=5/6$ $Sin\phi$ බව

(ii) $PR=10Sin\phi$, $RC_2=(14-10Cos\phi)$

(iii) $Cos\phi=0.5429$ හා $\phi=0.997rad$

(iv) $Sin\theta=0.6999$ හා $\theta=0.775rad$ බව පෙන්වන්න.

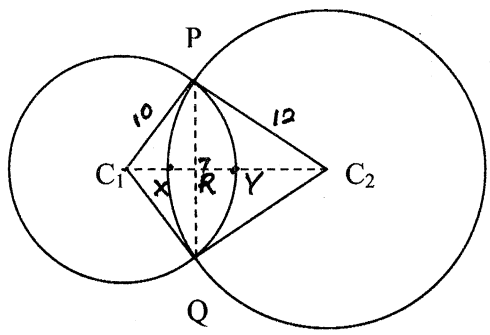
(v) PC_2Q ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

(vi) PC_1Q ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

(vii) $PXQC_2$ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය

(viii) $PYQC_2$ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය

(ix) වෘත්ත දෙකටම පොදු වර්ග ඵලය සොයන්න.



05. (a) පහත සර්වසාමයන් සාධනය කරන්න.

(i) $\frac{\cot\theta}{1+\cos ec\theta}-\frac{\cot\theta}{1-\cos ec\theta}=2\sec\theta$

(ii) $(1+\tan\theta)^2+(1-Tan\theta)^2=2\sec^2\theta$

(*iii*) $\dfrac{\cos\theta+\cot\theta}{\tan\theta+\sec\theta} \equiv \cos\theta\cot\theta$

(*iv*) $(1+\sec\theta+\tan\theta)(1+\cos ec\theta+\cot\theta) \equiv 2(1+\tan\theta+\cot\theta+\sec\theta+\cos ec\theta)$

(*v*) $\dfrac{\cot\alpha+\tan\beta}{\cot\beta+\tan\alpha}=\cot\alpha\tan\beta$

(b) K = Tan 25° නම්

$\dfrac{Tan205^o-Tan115^o}{Tan245^o+Tan335^o}$ යන්න K පදවලින් ප්‍රකාශ කරන්න.

06. (a) $0 \le x \le 2\pi$ සඳහා $y = \cos x$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

$-\pi \le x \le \pi$ සඳහා $y = 3\cos 2x$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

$-\pi \le x \le \pi$ සඳහා $y = 3\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+2x\right)+1$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

එහි උපරිම හා අවම ලක්ෂ්‍ය ප්‍රස්ථාරයේ දක්වා, එම ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක ලියන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයට සමාන්තරව ඇඳි රේඛාව AB හා AC පාද පිළිවෙලින් D හා E ලක්ෂ්‍යවලදී හමුවේ. D ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයක් E හිදී AC පාදය ස්පර්ශ කරන අතර, AB පාදය F හිදී හමුවේ. F,E,C,B ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයක් මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

C - කොටස

07. (a) පහත සඳහන් සීමා අගයන්න.

(i) $x \longrightarrow 0$ $\quad \dfrac{(1+x)^{1/3}-1}{(1+x)^{1/2}-1}$ $\qquad$ (ii) $x \longrightarrow \dfrac{\pi}{2}$ $\quad \dfrac{Tanx-Sinx}{x(1-\cos x)}$

(b) x විෂයයෙන් පහත ශ්‍රිතවල අවකලන සංගුණක (ව්‍යුත්පන්න) සොයන්න.

(*i*) $y = \cos^{-1}\left(\dfrac{4+5\cos x}{5+4\cos x}\right)$ $\qquad$ (*ii*) $y = \sqrt{\dfrac{1-\sin x}{1+\sin x}}$

(c) $y = a e^{mx} + b e^{-mx}$ නම්

$\frac{dy}{dx^2} - m^2 y = 0$; බව පෙන්වන්න.

ඒනයින් $y_1 = -a e^{-mx} + be^{mx}$ නම්

$\frac{dy_1}{dx}$ හා $\frac{d^2 y_1}{dx^2}$ අපෝහනය කරන්න.

08. $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$ යැයි දී තිබේ. $\frac{dy}{dx} = 0$ වන x අගයන් සොයන්න. y හි ස්ථාවර අගයන් හි ස්වභාවය ඒනයින් නිර්ණය කරන්න.

$y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$ හි ශ්‍රිතයේ දළ සටහන අඳින්න.
$f(-0.95) \cong 0$ බව දී ඇත.
ඒනයින්

(a) $y = g(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x - 15$

(b) $y = h(x) = \frac{1}{x^3 - 6x^2 + 9x + 15}$ (c) $y = k(x) = (x-1)^3 - 6(x-1)^2 + 9(x-1) + 15$

හි ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්ථාර අපෝහනය කරන්න.

09. (a) x විෂයයෙන් පහත ශ්‍රිත අනුකලනය කරන්න.

(i) $\int \cos 8x \sin 6x \, dx$ (ii) $\int \cos^3 x \sin^5 x \, dx$

(iii) $\int \frac{dx}{(x+4)^2 + 3^2}$ (iv) $\int \frac{dx}{\sqrt{5^2 - (x-1)^2}}$

(b) පහත අනුකලන අගයන්න.

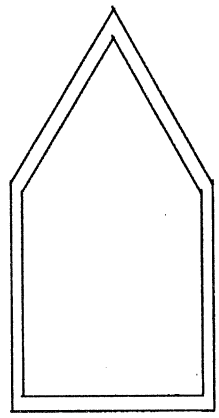
(i) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} \, dx$ (ii) $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} \, dx$

(iii) $\int_0^{\pi/3} \left(\frac{-\sin x + 7\cos x - 5}{4\cos x + 3\sin x - 5} \right) dx$

(c) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)} = \frac{\pi}{2ab(a+b)}$ බව පෙන්වන්න.

10. (a) $y^2 = 8x$ හා $x^2 = 8y$ වක්‍රවල දළ සටහන් එකම සටහනක ඇඳ වක්‍ර මඟින් පර්යන්තගත වර්ගඵලය සොයන්න.

(b) කෙළවර ජනේලයෙන් සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර ඉහළ කොටසකින් හා සෘජු කෝණාශ්‍රයකින් සමන්විතය. ජනේලයේ පරිමිතිය 16m වේ. ජනේලය තුළින් උපරිම ආලෝක ප්‍රමාණයක් ලැබෙන සේ වූ ජනේලයේ පළල සොයන්න.



- නිමිකම් ඇවිරිණි. -